

BAUHAUS-UNIVERSITÄT WEIMAR
FAKULTÄT BAUINGENIEURWESEN
PROFESSUR TRAGWERKSLEHRE

Diplomarbeit

**Der konstruktive Entwurf von Stabnetzwerken am
Beispiel des Naturtheaters Grötzingen**

eingereicht von: Roman Kramer
geboren am / in: 07.11.1979 / Jena
Seminargruppe: B/99/C
Betreuer: Dipl.-Ing. Alexander Stahr
Reg.-Nr.: B/2005/12

Erstprüfer: Prof. Dr.-Ing. Ruth
Zweitprüfer: Dipl.-Ing. Alexander Stahr

Ausgabedatum: 17.01.2005
Abgabedatum: 17.04.2005

Vorsitzender des
Prüfungsausschusses: Prof. Dr.-Ing. K. Rautenstrauch

Vorwort

Bei der Anfertigung dieser Arbeit und für die Unterstützung während meines Studiums möchte ich mich für deren Hilfe bei folgenden Personen und Institutionen bedanken:

- Bei meinen Eltern Anita und Volkmar Kramer,
- bei Prof. Dr.-Ing. Jürgen Ruth, Dipl.-Ing. Alexander Stahr und den Mitarbeitern der Professur TWL für die sehr gute Unterstützung und die tolle Arbeitsatmosphäre,
- bei Christian Tonn für die Nutzung seines Programms *DOMEdesign*,
- bei Dr. sc. techn. J. Trabert und Prof. Dr.-Ing. habil. Gernot Pfefferkorn für die Klärung sämtlicher Unklarheiten, sowie
- bei den Mitarbeitern der Werkstatt Gestaltung, insbesondere bei Herrn Patze für das Fräsen meines Modells.

Inhaltsverzeichnis

Liste der Abkürzungen und Symbole	7
1 Motivation - Einleitung.....	8
1.1 Schalen als spezielle Freiformflächen.....	8
1.1.1 Betonschalen	9
1.1.2 Stabnetzschalen.....	11
2 Formfindung	13
2.1 Analogmethoden	14
2.1.1 Strumpfmodelle	14
2.1.2 Gummimodelle	14
2.1.3 Tüllmodelle	15
2.1.4 Seifenhautmodelle	15
2.2 Rechnergestützte Methoden	16
2.2.1 Matrixmethode	16
2.2.2 Vektormethoden.....	17
3 Naturtheater Grötzingen.....	20
3.1 Projektvorstellung.....	20
3.2 Formfindung mittels <i>DOMEdesign</i>	22
3.2.1 Ausgangssituation und Ziel	22
3.2.2 Weg der Formgenerierung	23
3.3 Netzgenerierung.....	29
3.3.1 Ziel	29
3.3.2 Umsetzung	29
4 Vorbemessung	31
4.1 Tragverhalten von Gitterschalen	31
4.2 Statisches Modell	32
4.2.1 Schalenlagerung	32
4.2.2 Knoten	32
4.2.3 Schnittgrößen am räumlich beanspruchten Stab	33
4.3 Einwirkungen.....	34
4.3.1 Ständige Lasten	34
4.3.2 Veränderliche Lasten	37
4.3.3 Lastfälle und deren Kombinationen.....	39

4.4	Schnittgrößen	40
4.4.1	Schnittgrößen unter LK1	40
4.4.2	Schnittgrößen unter LK2	42
4.4.3	Vergleich der Normalkraftverläufe unterschiedlicher Netztypen	44
5	Knotenmodellierung	48
5.1	Lokale Geometrieparameter	48
5.2	Konstruktive Möglichkeiten	50
5.2.1	Stirnflächenknoten	50
5.2.2	Laschenknoten	52
5.3	Vorzugsvariante	55
5.3.1	Auswahlpunkte	55
5.3.2	Konstruktive Details am ersten Knoten	57
5.3.3	Konstruktive Details am zweiten Knoten	58
5.4	Schraubverbindung	59
5.4.1	Nachweis der Schraubverbindung	59
5.5	Schweißverbindung	62
5.5.1	Nachweis der Schweißverbindung	63
6	Zusammenfassung und Ausblick	65
	Literaturverzeichnis	67
	Verzeichnis der Abbildungen	69
	Anlagenverzeichnis	I
	Anlage A: Stabdaten	II
	Anlage B: Stabquerschnitte	IV
	Anlage C: Schalen - Schnittgrößen	V
	Anlage D: Knotennummern	X
	Anlage E: Stablängenverteilung	XI
	Anlage F: CD-ROM	XII
	Selbständigkeitserklärung	I

Liste der Abkürzungen und Symbole

A	Fläche	Indizes:	
a	-Seitenlänge (gleichseitiges Dreieck)	x	x-Richtung
	-Schweißnahtdicke	y	y-Richtung; um y-Achse
g	Eigenlast	z	z-Richtung; um z-Achse
k_s	Abminderungsfaktor	V	Vertikal
l	Stablänge	H	Horizontal
LF	Lastfall	a,R,d	Abscherkraft
LK	Lastfallkombination	l,R,d	Lochleibungskraft
p	Linienlast	L	Loch
$q = s/l$	Kraftdichte	W	Schweißnaht
s_0	Regelschneelast in kN/m^2	\perp	senkrecht
N	Normalkraft	W,V	Vergleich
M	Moment		
Q	Querkraft		
V	Summe der Vertikalkräfte		
H	Summe der Horizontalkräfte		
α	Vertikalwinkel		
$e_{1;2}$	Rand- bzw. Lochabstände		
d	Durchmesser		
σ	Normalspannung		
τ	Schubspannung		
t	Stegdicke		
I	Trägheitsmoment		

1 Motivation - Einleitung

Die Generierung frei geformter Flächen und deren konstruktive Realisierung setzt sich aus einer Vielzahl komplexer Vorgänge, mit teilweise iterativem Charakter, zusammen. Durch ihre doppelte Krümmung, welche sowohl syn- (Abbildung 1) als auch antiklastisch (Abbildung 2) sein kann, ist es nicht mehr möglich, diese Formen im Rahmen von Regel-, Translations- oder Rotationsflächen zu behandeln. Das Erzeugen der endgültigen Gestalt einer Freiformfläche ist meist nicht in einem einzelnen Modellierungsschritt machbar, sondern erfordert eine relativ lange, iterative Prozedur aus Modellierung, Kontrolle, Korrektur und Verbesserung. Aus den genannten Gründen ergeben sich beim Erzeugen eines Stabnetzes auf Freiformflächen unterschiedliche konstruktive Problemstellungen, vor allem in den lokalen Stab- und Knotengeometrien der Stabnetzschale. Diese Reibungspunkte zwischen Geometrieparametern, Kraftverläufen und Verbindungs- sowie Herstellungstechnologien gilt es schließlich zu lösen.

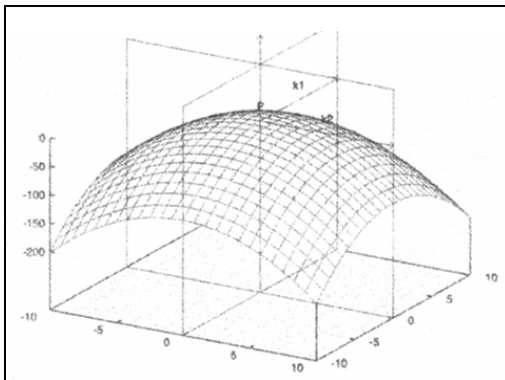


Abbildung 1: Synklastische Krümmung
[Höll99]

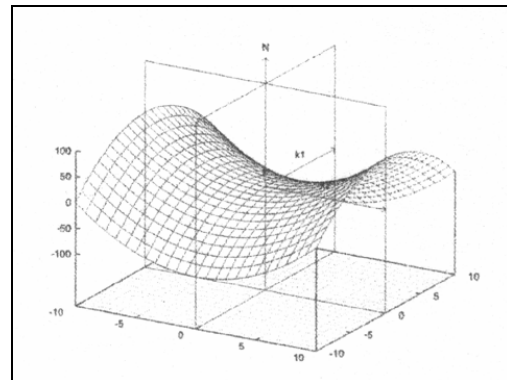


Abbildung 2: Antiklastische Krümmung
[Höll99]

1.1 Schalen als spezielle Freiformflächen

In der technischen Sprache definiert man die Schalen als dünne, gekrümmte Flächentragwerke und setzt sie zum einen gegen die ebenen, zum anderen gegen die stabförmigen Tragwerke ab. Im Unterschied zu Bogenkonstruktionen ist die Lastabtragung der Schalen immer zweiachsig. Sie können biegefrei und biegebeansprucht sein, wobei auch hier der allgemeine Satz gilt: Eine möglichst biegefreie Tragwirkung ist anzustreben. In der Systematik der Bauingenieure ist die Schale eine sehr umfassende „Gattung“, die auch Falwerke und Membranen umfasst. Schalen können als Stahl- oder Stahlbetonkonstruktionen ausgeführt

werden, in denen vornehmlich Druckkräfte auftreten, die aber durchaus in der Lage sind, Biegung aufzunehmen. Die Schale nimmt die verteilten Lasten aus Wind, Schnee, aber auch aus dem Eigengewicht in allen Richtungen innerhalb ihrer Fläche auf. Ihre Beanspruchung ist bei entsprechend geeigneter Formgebung geringer als bei einer ebenen Platte, ihre Steifigkeit also größer. Dadurch wird im Vergleich zur Platte eine relativ günstige Materialausnutzung und somit ein vergleichsweise geringes Gewicht erreicht. Bei der Überspannung großer Flächen mittels Stahlbetonkonstruktion ist gerade diese Gewichtseinsparung von zentraler Bedeutung.

Idealerweise erzeugt eine äußere Last eine über die Stärke des Bauteils gleichmäßig verteilte Spannung (Dehnungs- oder Membrankräfte). Hierbei wird angenommen, dass sich Verformungen zwängungsfrei auswirken können. Da dies oftmals aus entwurfstechnischen oder funktionalen Gründen in den Randbereichen nicht zu gewährleisten ist, müssen diese in besonderer Weise behandelt werden, z.B. durch Materialverstärkungen, besondere Vorspannung oder spezielle Geometrie.

Nach Form oder Statik unterscheidet man einfach (Tonnen-, Shedschale) und doppelt gekrümmte Schalen (Konoid-, Paraboloid-, Hyperboloidschale). Für die Herstellung von Schalen ist eine ausschließlich geometrische Unterscheidung in Rotationsschalen und Translationsschalen üblich.

1.1.1 Betonschalen

Im Zusammenhang mit einem Schalentragswerk bedeutet optimale Konstruktion, dass jede Faser des Querschnitts gleichmäßig beansprucht und das Material ganz ausgenutzt wird. Dies ist der reine Dehnungszustand oder, wie er in Anlehnung an dünne Hautstrukturen bei Schalen benannt wird, der reine Membranzustand. Ein dünnes Tragswerk mit gleichmäßig aufgebautem Querschnitt sollte Lasten möglichst im Membranzustand momentenfrei abtragen und reine Biegezustände vermeiden. Voraussetzung für das günstige Tragverhalten der Schale ist, dass sich der momentenfreie Zustand von Gleichgewicht und geometrischen Zwängen her einstellen kann. Die Schale muss in der Lage sein, Membrankräfte auch zu den Rändern hin abzuleiten oder in anderen Worten: Sie muss membrangerecht gelagert sein (Abbildung 3).

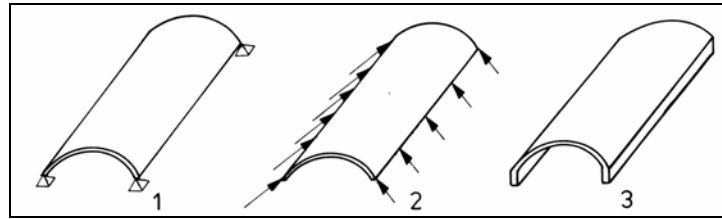


Abbildung 3: Schalenwirkung und Randbedingungen (1- freier Rand; 2- Lagerung Membrangerecht; 3- Randträger) [RS02]

Eine erste konstruktive Umsetzung lieferte Mitte der 20er Jahre Franz Dischinger mit dem Kuppelbau des Zeiss Planetariums in Jena (Abbildung 4). In Zusammenarbeit mit Walther Bauerfeld, Forschungsleiter bei Carl Zeiss Jena, ist es ihm gelungen, eine geschlossene, halbkugelförmige Stahlbetonkuppel zu bauen. Ausgangspunkt hierfür war eine stählerne Netzwerkkuppel, bestehend aus sternförmig angeordneten Stahlstäben um die mit hoher Präzision hergestellten Knoten. Die Kuppelkonstruktion wirkte wie eine druckfeste Membran, die sogar Menschen als Punktlasten tragen konnte. Anschließend wurden diese Stahlnetzwerke mit einem Drahtnetz umgeben und durch Torkretieren, dem gerade erfundenen Spritzverfahren mit schichtweißem Auftrag von Beton, zu einer geschlossenen Schalenfläche geformt.



Abbildung 4: Zeiss Planetarium Jena

Durch seine ausführlichen Untersuchungen an Hängemodellen Mitte der 50er Jahre generierte und konstruierte Heinz Isler frei geformte Betonschalen (Abbildung 5). Ihm gelang es, die Modelle zu fixieren und ihnen die für die Konstruktion notwendigen Daten zu entnehmen.



Abbildung 5: Fliegermuseum Dübendorf;
[www.isler-heinz.ch]



Abbildung 6: Sportcenter – Heimberg
[www.isler-heinz.ch]

Die Nachteile der Betonschalen liegen in den relativ hohen Herstellungskosten durch den großen Schalungsaufwand. Denn fast jedes Schalungselement ist ein Einzelstück und muss somit auch gesondert hergestellt werden.

1.1.2 Stabnetzschalen

Stabnetzschalen gehören zu den Stabwerken. Allerdings liegen alle Stäbe in einer Fläche, die wiederum räumlich gekrümmt ist. Die Stäbe bilden ein flächiges Gitter mit verschiedenen Maschenformen, deren Knotenabstände konstant oder unterschiedlich sein können. Die Krümmungen sind hauptsächlich synklastisch (Abbildung 7). Idealerweise wäre die Gitterschale dergestalt geformt, dass sie nur Druckkräfte übertragen muss. So wird die Form der Gitterschale mittels eines Hängemodells gefunden. Da die Gitterschale, als eine in Stäbe aufgelöste Schale, ein sehr geringes Eigengewicht hat, ist der formgebende Lastfall Eigengewicht nicht der entscheidende. Bereits gleichmäßige Schneelasten, die aufgrund der räumlich gekrümmten Form der Gitterschale eine andere Lastverteilung als die Eigenlast bedingen, führen zu einer Biegebeanspruchung. Einseitige Wind-, Schnee- und Einzellasten werden fast ausschließlich über Biegung abgetragen. Das Tragverhalten hängt entscheidend von der Schubsteifigkeit des Gitters ab. Zur Erhöhung der Schubsteifigkeit kann die Eindeckung der Gitterschale konstruktiv zur Aussteifung herangezogen werden. Dann wirkt die Gitterschale tatsächlich als Schale. Ein Versagen der Konstruktion kann im Knicken einzelner Stäbe oder aber im Beulen des Gitters bestehen.

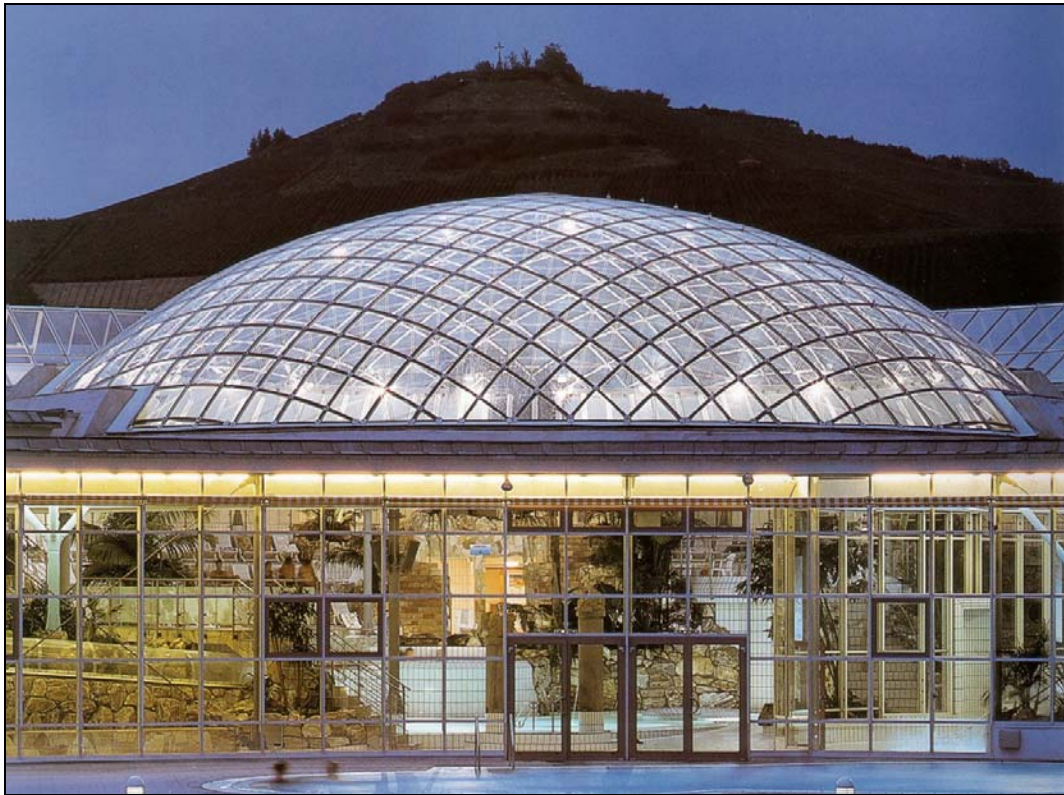


Abbildung 7: Schwimmbad Neckarsulm [SIZ92]

2 Formfindung

Leichte und weit spannbare Flächentragwerke werden nicht in der gewohnten Weise entworfen. Ihre Formen und Konstruktionen entstehen in einem Prozess, der sich in wesentlichen Punkten von dem konventioneller Bauwerke unterscheidet. Dessen Kernstück ist die Formfindung. Sie tritt an die Stelle des zeichnerischen Entwerfens und Gestaltens, ohne diese Vorgehensweise generell überflüssig zu machen. Wichtigste Parameter der Formfindung sind das Modell - Medium und die Formbildungsgesetze, die je nach Bauart unterschiedlich sind und auf physikalischen Grundlagen beruhen [Höll99].

Mit Formfindung wird [...] ein Prozess bezeichnet, der die Lösung einer Bauaufgabe mit vorgespannten Seilnetzflächen unter einem möglichst geringen konstruktiven Aufwand zum Ziel hat. In diesem Prozess wird angestrebt, durch geeignete Methoden schon in der ersten Vorgabe der Form die Voraussetzungen für ein Minimum an Material, Montageaufwand und Ausführungszeit zu liefern [Bub72].

Laut Höller kann diese Definition aus heutiger Sicht nur noch eingeschränkt gelten. Aus seiner Sicht hat die Formfindung, im Sinne eines effizienten Tragwerks, einen möglichst geringen konstruktiven Aufwand zum Ziel [Höll99]. Vor allem heißt es aber: Die Formfindung hat eine Geometrie zum Ziel, die als Metapher für die Effizienz des Tragwerks zu dienen vermag. Sie beschäftigt sich nicht mit Materialminimierung, dem Montageaufwand oder Ausführungszeit. Höller schreibt in seinen Ausführungen, unter Formfindung wird ein Verfahren zur Ermittlung der Geometrie eines Tragsystems verstanden [Höll99]. Da bei leichten Flächentragwerken die Geometrie der tragenden Fläche der entscheidende Parameter für die Lastabtragung ist, ist die Formfindung fester Bestandteil im Entwurfsrepertoire hocheffizienter Tragwerke. Das Prinzip der Formfindung geht davon aus, dass sich unter der Vorgabe von Kräften eine zur Abtragung dieser Kräfte günstige Geometrie im Tragwerk einstellt. Günstiger Kraftfluss und Form bedingen sich gegenseitig. Die Form und der jeweilige Spannungszustand, der auch von den Materialeigenschaften abhängt, ergeben die so genannte Gleichgewichtsfigur.

Da Gitterschalen vorwiegend durch Druckkräfte beansprucht werden sollen, sind sie so zu konstruieren, dass diese in allen Belastungsfällen überwiegend auftre-

ten und die Geometrie der Lastwege diese Lasten möglichst verformungsfrei ableiten kann. Das Problem des Entwurfs ist es nun, diese Geometrie zu finden.

2.1 Analogmethoden

Der Begriff Analogmethoden ist laut Höller semantisch mit dem Wort Analogiebildung verbunden und steht für die experimentellen Verfahren zur Formgenerierung. Diese Methoden setzen in ihrer Analogiebildung auf ein physikalisches Modell, das spezifisch für den jeweiligen Fall gewählt wird. Ein Analogiemodell folgt, im Gegensatz zu rechnergestützten Methoden, bestimmten Gesetzmäßigkeiten, die auch als „Naturgesetze“ bezeichnet werden können. Dadurch lässt sich eine Form oder eine Gruppe von Formen generieren, deren Eigenschaften dann auf das Bauwerk übertragbar sind.

2.1.1 Strumpfmodelle

Strumpfmodelle sind sehr leicht zu fertigende Vormodelle, an denen eine Entwurfsvariante erarbeitet werden kann. Die sich ergebenden Formen sind durch das hochelastische Nylon zwar unrealistisch, spiegeln jedoch die Verteilung der Spannungen gut wieder [TW96], [Höll99]; (Abbildung 8).

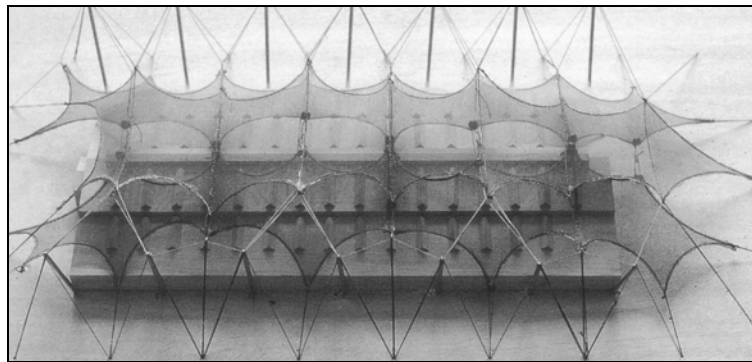


Abbildung 8: Nylonstrumpfmodell (Karin Hirsch), [TW96]

2.1.2 Gummimodelle

Gummimodelle sind vorgespannte Gummimembranen. Der Vorspannungsgrad muss so groß sein, dass die durch Verformung der ursprünglichen ebenen Membran entstehenden Zusatzspannungen gegenüber dem Vorspannungszustand vernachlässigbar klein sind. Man hat dann eine verformte Fläche, in der die Membranschnittlasten näherungsweise aus, in allen Richtungen gleich großen, Membrannormalkräften bestehen, und somit näherungsweise die zugehörige Minimalfläche [TW96], [Höll99]; (Abbildung 9).

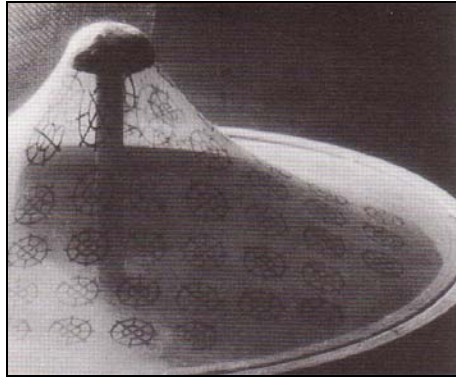


Abbildung 9: Minimalflächenversuch mit vorgespannter Gummimembran [TW96]

2.1.3 Tüllmodelle

Tüllmodelle werden in Sechsecktüll- und Gittertüllmodelle unterteilt. Mit Hilfe von Sechsecktüll ist es möglich in einem nächsten Schritt nach erfolgter Formfindung die Form zu beurteilen. Aus der Form der Sechseckmaschen lassen sich die Hauptspannungen und ihre Richtungen ablesen [TW96] [Höll99]. Gittertüllmodelle spielen erst in der letzten Phase des Entwurfs eine Rolle, wenn die gefundene Form vor der Umsetzung in eine gebaute Form steht. Der Gittertüll wird analog zu dem verwendeten Material eingebaut (Abbildung 10).

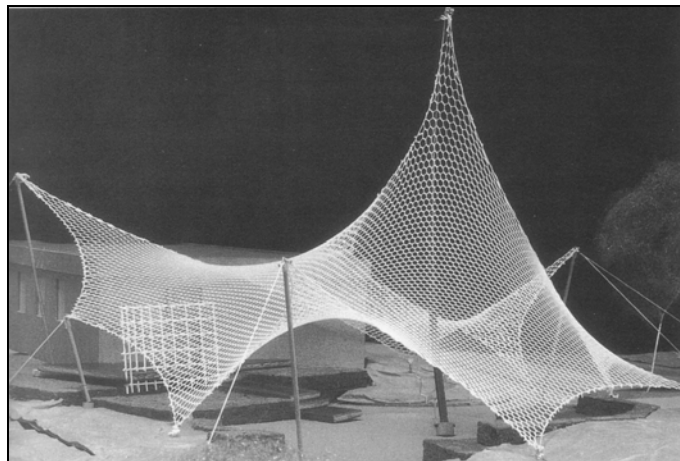


Abbildung 10: Gittertüllmodell (Siegfried Gaß), [TW96]

2.1.4 Seifenhautmodelle

Der belgische Physiker Joseph Antoine Ferdinand Plateau (1801 - 1883) erkannte, dass sich in jede beliebige Kontur eines Drahtrahmens wenigstens eine Seifenhautlamelle spannen lässt, wie kompliziert ihre geometrische Form auch immer sein mag (Abbildung 11).

Diese Modelle sind tatsächliche Formgenerierungsmodelle, mit denen sich fast beliebige Formen erzeugen lassen. Die Seifenhautanalogie stellt einen idealisierten Bildungsprozess von Membranflächen (auch Pneus) dar. Innerhalb der Größenordnungen von ca. 1 m², die für die experimentelle Formfindung mehr als ausreichend sind, lässt sich das Eigengewicht vernachlässigen. Seifenhäute befinden sich in einem homogenen, isotropen, das heißt an jeder Stelle und in jeder Richtung gleichen, Spannungszustand. Diese Besonderheit der Seifenhaut hat sie schon in früherer Zeit als Modell für mathematische Untersuchungen der Minimalfläche geeignet erscheinen lassen [TW96], [Höll99].

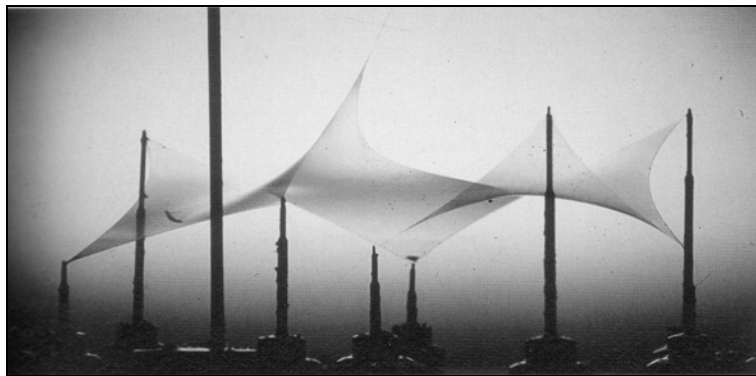


Abbildung 11: Seifenhautmodell für Membranbau (Siegfried Gaß), [TW96]

2.2 Rechnergestützte Methoden

Rechnergestützte Methoden basieren auf einem Minimierungs- und Optimierungsansatz. Einen allgemeinen Überblick hierzu (vorwiegend zugbeanspruchte Konstruktionen) gibt Michael Barnes. Konzeptionell unterscheidet Barnes zwei Gruppen: Die Matrix- und die Vektor-Methode [Bar80]. Beide versuchen die Berechnung durch Iteration zu lösen.

2.2.1 Matrixmethode

Dieses Verfahren setzt auf eine Vorgehensweise, in welcher die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der einzelnen Elemente und die Gleichgewichtsbedingungen der gesamten Struktur miteinander in einer Gesamtsteifigkeitsmatrix verbunden werden.

Newton - Raphson - Methode

In der Anwendung bei zugbeanspruchten Konstruktionen benötigt diese Methode besondere Mechanismen, um Abweichungen zu vermeiden. So müssen z. B.

Kräfte hinzugefügt werden, um extreme Abweichungen einzelner Punkte zu verhindern, deren benachbarte Elemente während des Formfindungsprozesses erschaffen. Hierin zeigt sich bereits eine Problematik: Die Notwendigkeit, während des Formfindungsprozesses manipulieren zu müssen, lässt derartige Methoden nur für erfahrene Ingenieure in Frage kommen [Höll99].

2.2.2 Vektormethoden

Force - Density - Methode (Kraft - Dichte - Methode)

Die Kraft - Dichte - Methode wurde von Linkwitz und Schek [LS71] speziell für vorgespannte Seilnetzkonstruktionen konzipiert. Sie liefert eine lineare Lösung des Gleichgewichtsproblems bei der Formfindung räumlich vorgespannter Seilnetze. Bei diesem Ansatz bleibt die Dehnsteifigkeit des Materials unberücksichtigt.

Am Anfang der Kraft-Dichte-Methode stand die geodätische Ausgleichsrechnung mit der man versuchte, aus den Modelldaten die benachbarte Gleichgewichtsfigur zu berechnen [ALO85]. Das entstehende Gleichungssystem zur Bestimmung der endgültigen Form und des zugehörigen Spannungszustandes ist unterbestimmt und wird mit Hilfe einer Minimumsbedingung für die Abweichungen zwischen Näherungswerten und Gleichgewichtszustand gelöst. Hierzu waren aber noch immer sehr genaue Voraussagen über die zu erwartende Form notwendig, die im Falle des Olympiadaches von München mittels Formfindungsmodellen geleistet wurden.

Die Kraft-Dichte-Methode basiert auf einer analytischen Umformung und anschließenden physikalischen Deutung, nämlich der Zusammenfassung der Quotienten Kraft / Länge der allgemeinen Gleichgewichtsbeziehungen zu der Größe Kraftdichte q ($q = s/l$). Diese Größe, zusammen mit der Netztopologie und den Festpunkten erlaubt es, vorgespannte Seile als Lösung eines linearen Gleichungssystems zu berechnen. Unter Vorgabe der Koordinaten, der Festpunkte, der Verknüpfungen und der geschätzten Kraftdichtewerte wird die Gleichgewichtsform des vorgespannten Netzes in einem einzigen Rechenschritt durch Lösung eines linearen Gleichungssystems generiert [Höll99].

Eine jüngste Weiterentwicklung dieses Verfahrens besteht in der Verwendung von Dreieckselementen zur Modellierung von Membranen, welche auch in der Lage sind Seifenhäute nachzubilden.

Dynamic - Relaxation - Methode

Die Dynamic - Relaxation - Methode gehört zu den so genannten Vektormethoden, bei denen die Bewegung der einzelnen Knoten im Laufe der Formfindung keine Funktion der Steifigkeit oder anderer Materialeigenschaften ist, sondern auf den Knotenursprung und seinen Ablenkungsvektor verweist [Bar94].

Die konkrete Anwendung in der Formfindung sowie der statischen Analyse von Seilnetzen sind von Barnes Mitte der siebziger Jahre dargestellt worden, wenig später dann auch für mechanisch vorgespannte Membranen und pneumatische Strukturen [Bar71].

Die Grundlage der Methode besteht darin, jeden Knoten einer Struktur in Bewegung zu bringen und abzuwarten, bis der Knoten sich, in Abhängigkeit von einer hinzugefügten künstlichen Dämpfung, mit allen anderen Knoten in einem statischen Gleichgewicht befindet. In der Formfindung wird mit einer groben Ausgangsform begonnen. Die Bewegung wird durch das Aufbringen der Vorspannung hervorgerufen, die diese Ausgangsgeometrie dynamisch verformt und in den oben beschriebenen Prozess zur endgültigen Gleichgewichtsfigur führt.

Der Dämpfung kommt in dieser Methode eine große Bedeutung zu. In der ursprünglichen Version der Dynamic Relaxation Methode handelte es sich um eine Flüssigkeitsdämpfung (viscous damping), welche die Knotenbewegung proportional zur Knotenmasse und Geschwindigkeit dämpfte. Unter idealen Bedingungen führte diese Methode zu sehr schneller Konvergenz. Bei extremer Bewegung des Netzes aufgrund einer stark abweichenden Ausgangsgeometrie oder unausgeglichener Einzellasten sind zusätzliche Maßnahmen erforderlich, um Konvergenz zu erzielen. Daher wird heute die „kinematische Dämpfung“ angewandt. Bei dieser Vorgehensweise wird zunächst die ungedämpfte Bewegung verfolgt. Wird eine lokale Spitze registriert, so werden alle Bewegungen gestoppt und mit der eingefrorenen Geometrie als Ausgangsform neu begonnen. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis sich alle Knoten im Gleichgewicht befinden.

Die Dynamic Relaxation Methode ist nach der Beobachtung von Höller die heute am häufigsten verwendete Formfindungsmethode [Höll99].

Finite - Elemente - Methode

Höllner schreibt über die Verwendung der Finite - Elemente - Methode: „Im Gegensatz zu Verfahren wie Kraft-Dichte-Methode und der Dynamic Relaxation

Methode, sind die Finiten-Elemente vielseitiger“ [Höll99]. Das hängt mit dem Ansatz dieser Methode zusammen, die als computerorientiertes, numerisches Verfahren zur Ermittlung von Verformungen, mechanischen Spannungen, Dehnungen und dergleichen an komplizierten, analytisch nicht berechenbaren, belasteten Bauteilen entwickelt wurde. Die heute allgemein übliche Vorgehensweise in der Anwendung Finiten - Elemente besteht also in der Unterteilung einer Struktur in einzelne Elemente, die über Steifigkeitsbeziehungen und ein allgemeines Koordinatensystem miteinander verknüpft bleiben. Es kann aber auch sinnvoll sein, eine Struktur in eine Menge von Punkten mit einer topologischen Verknüpfungsvorschrift aufzulösen, und zwar in ein numerisches Modell von Geraden und ihren Knotenpunkten. Für Seilnetze ist dies das analoge Modell, denn die Knotenpunkte entsprechen den Verbindungspunkten sich kreuzender Seile. Im Laufe der Zeit wurden sehr differenzierte Finite - Elemente entwickelt. Das beginnt mit dem eindimensionalen Stabelement, das auch für Seilnetze Verwendung finden kann, aber durch seine zwei Knoten schon mehr Informationen beinhaltet, als für ein rein zugbeanspruchtes Seilnetz erforderlich ist. Zwei- und dreidimensionale Elemente können mit bis zu 20 Integrationspunkten belegt werden.

Mit Hilfe derart komplexer Finiten - Elemente lassen sich alle Probleme der statischen Analyse behandeln, man muss aber auch sehen, dass dieses Werkzeug zuerst für die statische Analyse entwickelt wurde, nicht für die Formfindung. Anfang der siebziger Jahre wurden die Methoden der Finiten - Elemente erstmals für die Formfindung von Seilnetzen eingesetzt.

Höller folgert, dass die Finiten - Elemente, so hervorragend sie als Hilfsmittel zur statischen Analyse geeignet sind, als Werkzeug zur Formfindung nur bedingt taugen, zumal ein großer Teil ihrer Fähigkeiten für die reine Formfindung überflüssigen Ballast darstellt [Höll99].

3 Naturtheater Grötzingen

3.1 Projektvorstellung

In Zusammenarbeit von Heinz Isler und Michael Balz entstand im Jahre 1977 die Publikumsüberdachung für das Freilufttheater in Grötzingen (Abbildung 12). Die Schale hat eine Dimension von 28 x 42 m und überspannt eine Fläche von 600 m². In Abbildung 14 ist zu erkennen, dass die Schale in der Draufsicht der Form eines ausgestreckten Bärenfells ähnelt. Dieser Vergleich kommt zustande, weil die vier Bögen an den Schalenrändern, welche im Radius zwischen 10- und 33 m variieren, die Schale schlanker und filigraner erscheinen lassen. Da die Überdachung am terrassierten Hang errichtet wurde, befinden sich die fünf Lagerungspunkte in unterschiedlichen Höhen. Die Schalenform besitzt eine einaxiale Symmetrie und ist aus einem Hängemodell entwickelt worden. Das Theaterdach, mit seiner maximalen Stichhöhe von 10 m (Abbildung 13), überspannt die Sitzplätze für ca. 800 Zuschauer. Die Konstruktion ist schlaff bewehrt und wurde auf einer Holzschalung betoniert. Um die Steifigkeit der freien Ränder zu erhöhen, wurden sie nach außen aufgewölbt, ohne dass das Tragwerk seine filigrane Wirkung verliert. Risse werden in der überdrückten Konstruktion nicht erwartet, wodurch auch keine zusätzliche Wasserdichtung notwendig ist. Die Dicke der Schale variiert zwischen 90 und 120 mm.



Abbildung 12: Naturtheater Grötzingen [RS02]

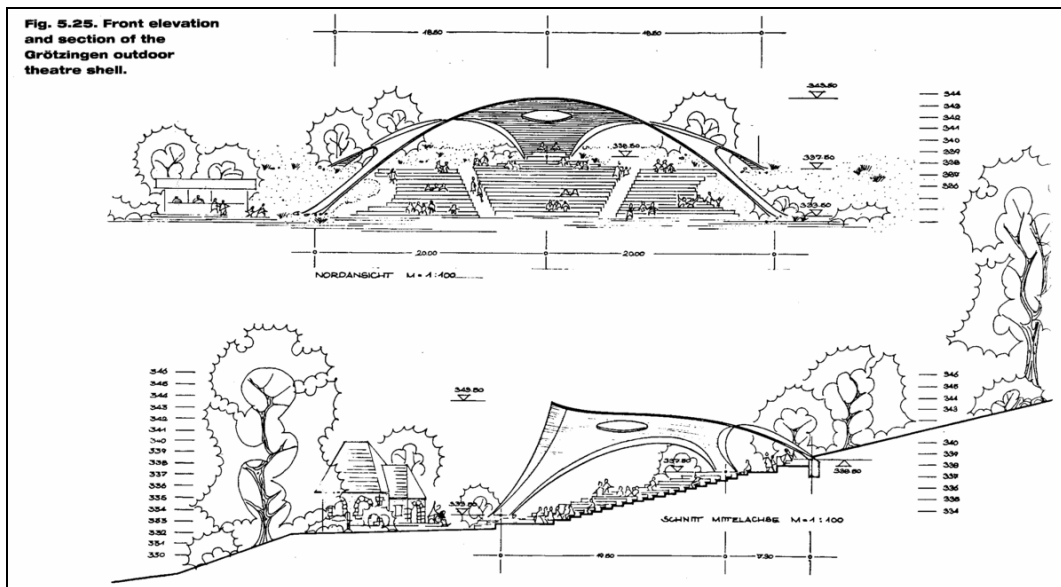


Abbildung 13: Naturtheater Grötzingen: Nord- und Westansicht [Chi00]

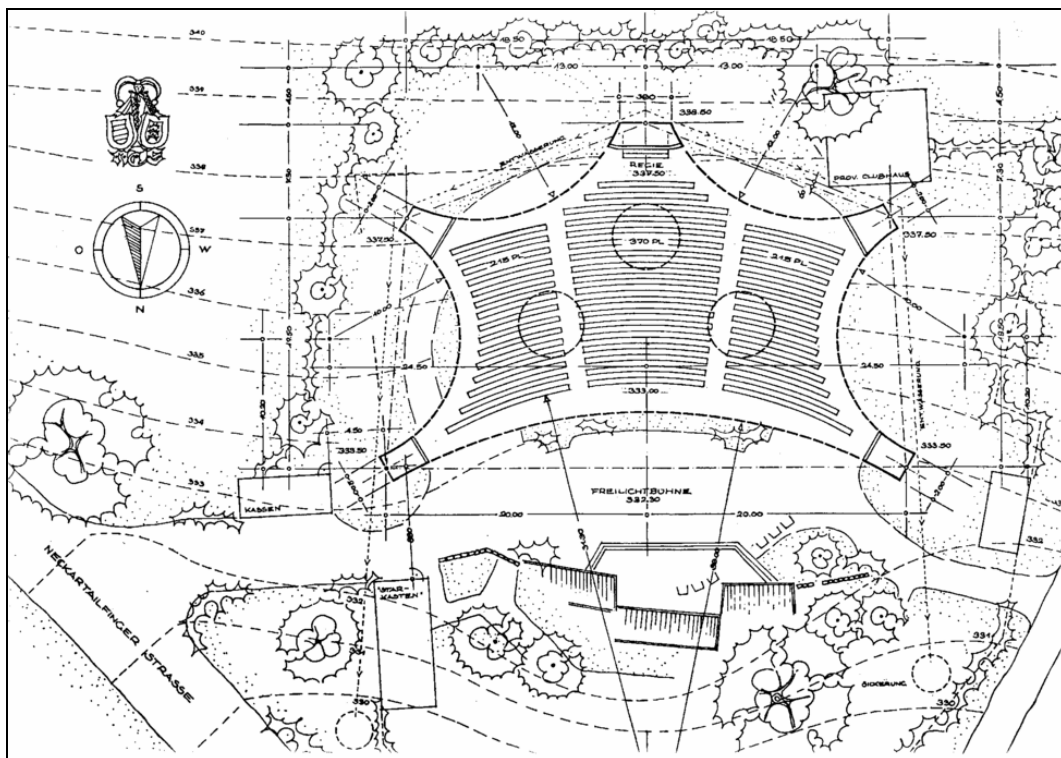


Abbildung 14: Naturtheater Grötzingen: Lageplan [Chi00]

3.2 Formfindung mittels *DOMEdesign*

3.2.1 Ausgangssituation und Ziel

Allgemeines zu *DOMEdesign*

Um die Zielstellung zu verwirklichen, über eine rechnerbasierte Formfindung einen Alternativvorschlag für die Überdachung des Naturtheaters Grötzingen zu entwickeln, wurde das von Christian Tonn entwickelte Programm *DOMEdesign* zur Formgenerierung verwendet (Abbildung 15).

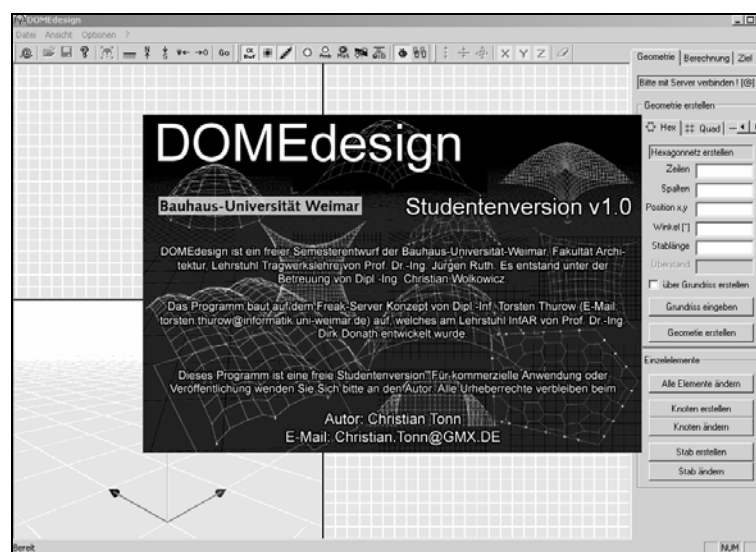


Abbildung 15: Programmoberfläche *DOMEdesign*

Das Ziel dieses Programms ist die Simulation von Hängemodellen, zur Konstruktion von druckbeanspruchten Kuppeln. Die berechneten Formen lassen sich auf verschiedenste Konstruktionen anwenden. Aufgrund der Berücksichtigung von Stablängen, ist *DOMEdesign* besonders für die Formfindung von Stabwerken, Netzen oder Betonschalen geeignet. Da die Formfindung auf der Dynamic - Relaxation - Methode aufbaut, benötigt man im Vergleich zu anderen Methoden sehr wenige Startparameter. Die berechneten Kuppeln und Bögen werden als dxf - File gespeichert und können somit in verschiedenen Statikprogrammen weiterverarbeitet werden [Tonn].

Ziel der Formgenerierung

Mit Hilfe der Software sollte nun eine Netztopologie generiert und so angepasst werden, dass sie in ihrer geometrischen Form und im Lastabtrag der Originalschale möglichst nahe kommt. Das Ziel bestand darin die Formfindung mit einem Netz aus quadratischen Maschen zu beginnen, welches dann schließlich in der endgültigen Form in ein Dreiecknetz überführt werden musste. Des Weiteren wurde die Generierung der Stabnetzschale in der geeigneten Ebene als Zielstellung formuliert. Bei der Umsetzung dieser komplexen Aufgabe traten schließlich einige Probleme und schwer zu deutende Ergebnisse auf, welche im Folgenden zusammenhängend mit deren Lösungen beschrieben werden.

3.2.2 Weg der Formgenerierung

Der Prozess der Formgenerierung mittels *DOMEdesign* war ein komplexer iterativer Vorgang, bei dem verschiedene Netz- und Grundrissvarianten versucht und generiert wurden. Die Neigung Schale in der y, z - Ebene um 10° konnte zu Beginn des Formfindungsprozesses nicht zufriedenstellend umgesetzt werden, stellte sich später aber als relativ einfach zu lösendes Problem heraus (vgl. Kapitel 3.2.2 - Versuch 4).

Anschließend werden nun die einzelnen Formgenerierungsversuche aufgeführt und erläutert. Die einzelnen Versuche sind dabei aber immer als komplexe Versuchs- und Iterationsreihe zu verstehen, die zu einzelnen Blöcken zusammengefasst wurden.

Versuch 1 – Quadratisches Netz über ebenem Grundriss

Im ersten Schritt wurde in *DOMEdesign* über einem polygonalen Grundriss ein quadratisches Netz erzeugt, dessen Stablängen 2 m betragen (Abbildung 16).

Bei Berechnungsbeginn bildete sich zunächst die erwartete Schalenform aus, in der sich auch eine Aufwölbung im Randbereich ergab. Ab einer Stichhöhe von ca. 3,5 m war eine ungleichmäßige Verschiebung der Maschen zu erkennen, die sich in einer Schleife zwischen 3,5 und 3,8 m bewegte. Um die geplante Stichhöhe von 10 m zu erreichen war es notwendig, die Berechnungsgenauigkeit zu verändern, was schließlich zu einer Auflösung („Explosion“) der Netzstruktur führte (Abbildung 17).

Die genaue Ursache für dieses Verhalten konnte auch nach einer Rücksprache mit dem Entwickler nicht geklärt werden.

Folgende Vermutung liegt jedoch nahe: Das Programm „fährt“ sich bei der Iteration an einer bestimmten Stelle (aufgrund der vier Unbekannten pro Knoten im quadratischen Netz) fest, so dass dies schließlich eine Netzauflösung bedingt.

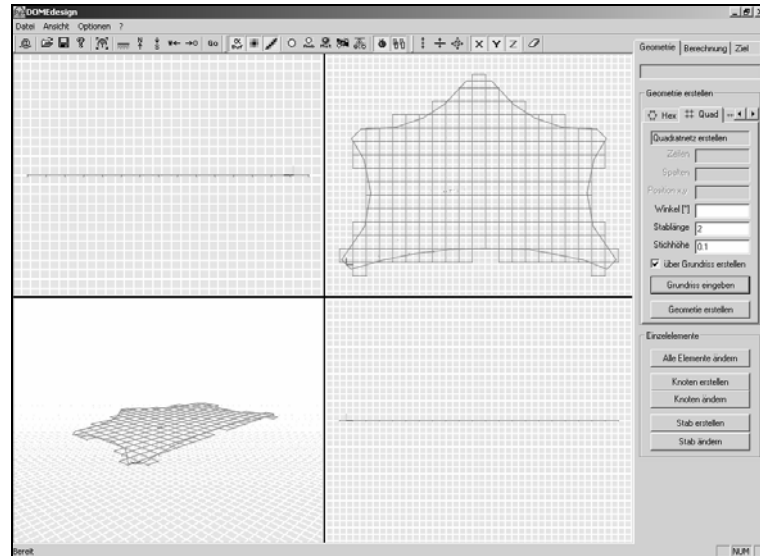


Abbildung 16: Quadratisches Ausgangsnetz – Versuch 1

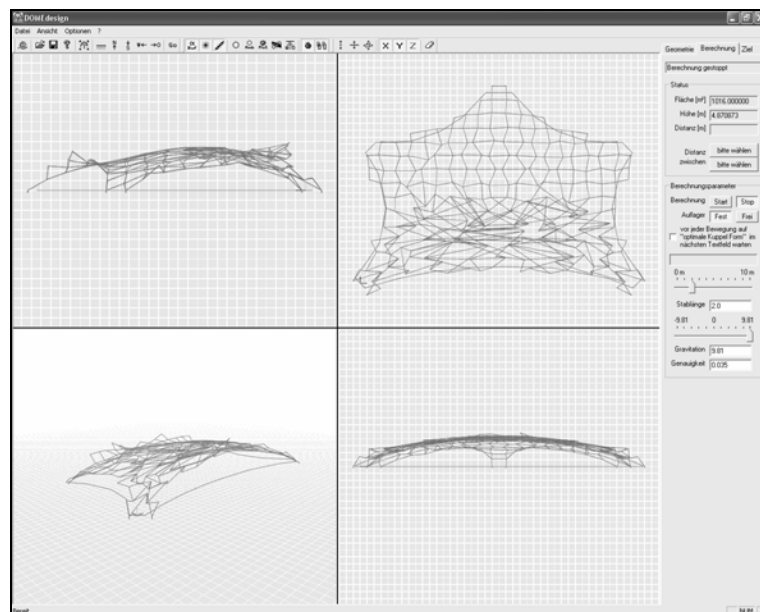


Abbildung 17: Quadratische Netzschale – „Explosion“

Versuch 2 – Hexagonales Netz über ebenem Grundriss

Das hexagonale Netz, mit einer Stablänge von 1,3 m, wurde über dem polygonalen Grundriss in *DOMEdesign* erzeugt. Da der Schalengrundriss aber keine geraden, sondern gerundete Ränder besitzt, ragten Teile des Netzes über den Rand hinaus (vgl. Abbildung 16). Deshalb war es notwendig das Netz in *AutoCad* weiter zu bearbeiten, bis sich ein „sauberer“ Rand ergab (Abbildung 18).

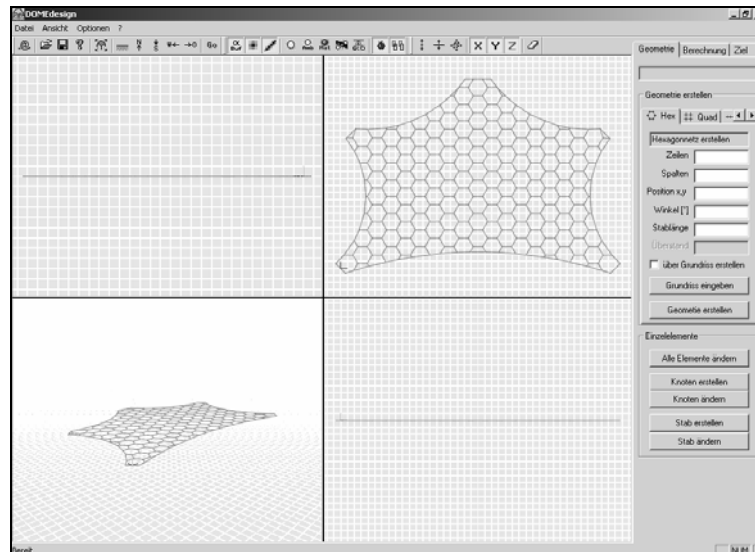


Abbildung 18: Hexagonales Netz über ebenem Grundriss

Dieser Versuch hatte eine Schale als Ergebnis, welche der Form der Zuschauerüberdachung des Naturtheaters in Grötzingen schon sehr nahe kam. Es ist gut zu erkennen, dass sich in den Randbereichen auch die Aufwölbungen ergaben, die sich schon in Versuch 1 ausbildeten (Abbildung 19). Unbefriedigend war jedoch die Form des Grundrisses. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich in den Randbereichen nicht die gewünschten Radien einstellten. Daraus folgten weitere Versuche, in denen die Radien des Ausgangsgrundrisses iterativ verändert und deren Auswirkungen auf die generierte Schalenform beobachtet wurden. Folgender Zusammenhang war ablesbar: Schon minimale Änderungen der Grundrissradien hatten einen enormen Einfluss auf die Größe der Endradien der Schale! Das heißt konkret: Je kleiner die Radien des Grundrisses, desto schmaler (schlanker) bildete sich die Form der Endschale aus! Oder anders gesagt: Eine Änderung der Randgeometrie bewirkt zugleich eine Änderung der Krümmungseigenschaften der Fläche! Die letztendliche Schale zur Weiterbearbeitung zeigt Abbildung 20.

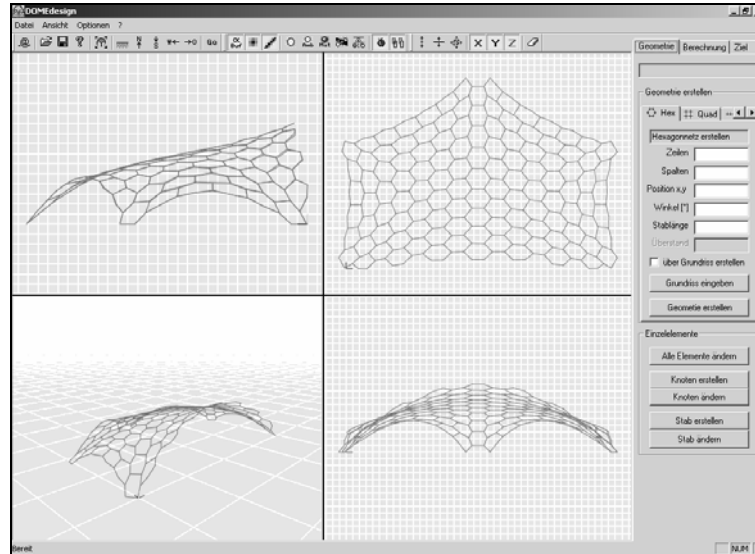


Abbildung 19: Hexagonales Netz – Schalenform

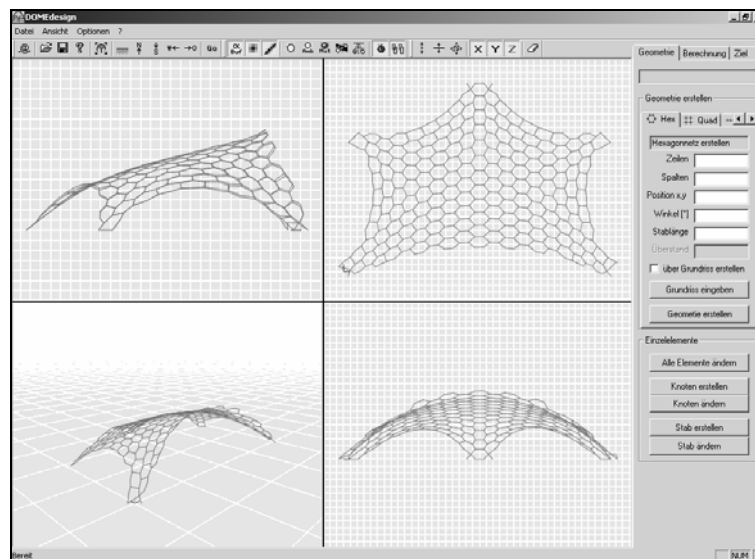


Abbildung 20: Hexagonales Netz – „finale“ Schalenform

Versuch 3 – Formfindung auf gegebener Topografie

DOMEdesign bietet die Möglichkeit eine Geländetopografie als STL - Datei (*AutoCad* - Dateiformat) zu importieren und darauf ein Netz zu generieren. Diese Möglichkeit führte in diesem speziellen Fall jedoch nicht zum Erfolg, da sich bei der Netzgerierung im Auflagerbereich zu lange Stablängen einstellten (Abbildung 21). Diese führten schließlich bei der Formfindung zu einer sofortigen „Explosion“ des Netzes.

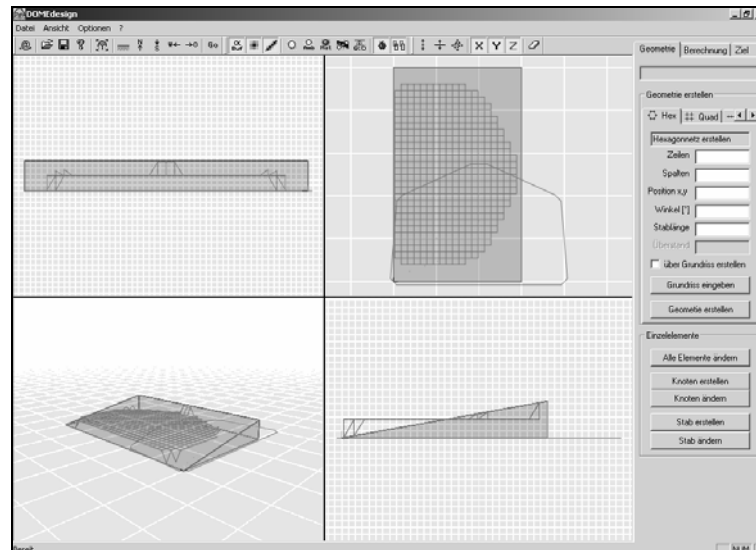


Abbildung 21: Quadratisches Netz auf importiertem Gelände

Versuch 4 – Formfindung mit gedrehtem Netz

Das Ergebnis der Formgenerierung im Versuch 4 ist eine Netzschale, dessen Ausgangstopologie in die geneigte Lage gedreht wurde. Dieser Weg stellte sich sogar als sehr einfach und schnell ausführbar heraus. Da *DOMEdesign* die Dateien im dxf - Format speichert, kann diese jeder Zeit in ein geeignetes CAD - Programm importiert werden. In diesem Fall wurde die Datei in *AutoCad* geöffnet und über die Funktion „3D – Drehen“ um 10° (Höhenunterschied der Fußpunkte) in die gewünschte Ebene gedreht. Danach konnte das Netz wieder in *DOMEdesign* importiert und die Formfindung gestartet werden (Abbildung 22).

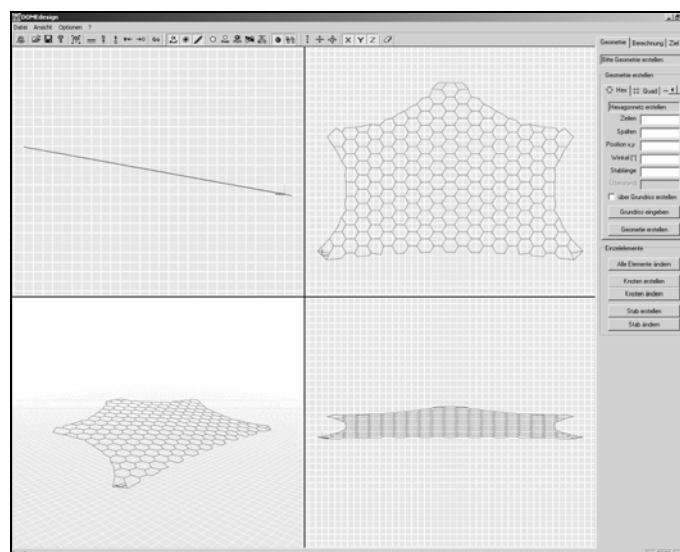


Abbildung 22: Um 10° gedrehtes Hexagon – Netz

Während dieses Formfindungsprozesses zeigte sich auch wieder, dass die Größen der Ausgangsradien einen sehr großen Einfluss auf die entstehende Form haben (Abbildung 23 und 24).

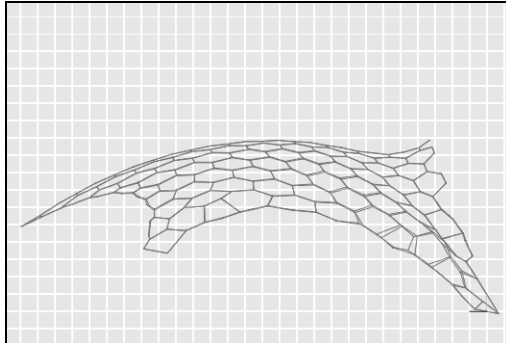


Abbildung 23: Formvariante – Auflager mit unterschiedlichen z-Koordinaten

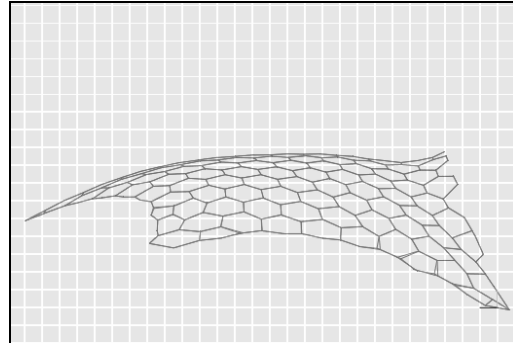


Abbildung 24: Formvariante – Auflager mit unterschiedlichen z-Koordinaten

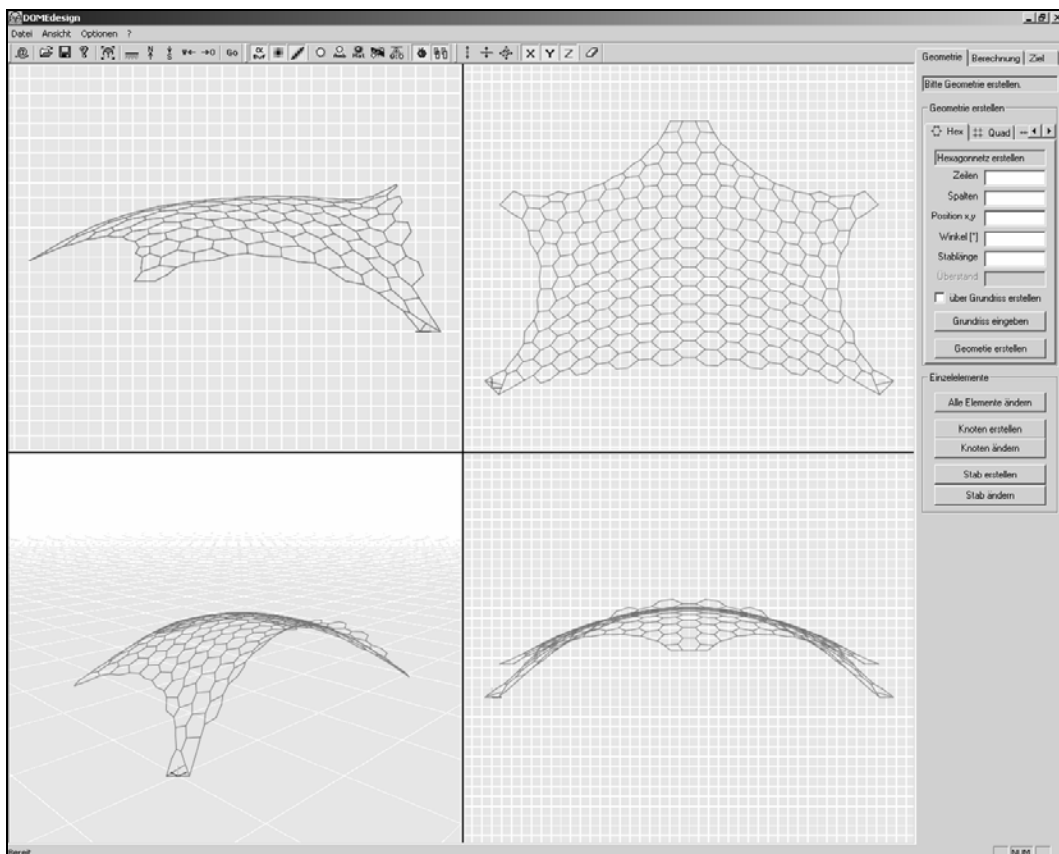


Abbildung 25: Endversion – geneigtes Netz

3.3 Netzgenerierung

3.3.1 Ziel

Die Entwurfsaufgabe hatte zum Ziel, eine Schale zu generieren, welche letztlich eine dreieckige Netzstruktur besitzt. Diese Topologie sollte nicht nur die genaue Schalenform, sondern auch die Symmetrie des Grundrisses besitzen. Demzufolge waren während der Netzgenerierung sowohl konstruktive, als auch gestalterische Kriterien zu berücksichtigen. Deshalb war es anzustreben, eine möglichst fließende und harmonische Linienführung der Netztopologie zu erreichen. Aufgrund der Eigenschaft eines Dreieckes in sich stabil zu sein, war es also nicht möglich die Formfindung auf der Basis eines Dreiecknetzes zu starten. Schließlich gelang es trotzdem, die gewünschte Dreieckstruktur zu erzeugen. Dies geschah mit Hilfe von einem CAD-Programm, in dem man das Hexagonnetz als Grundlage für die weitere Netzgenerierung heranzog.

3.3.2 Umsetzung

Die Aufgabe bestand nun darin, die hexagonale Topologie, in eine dreieckige zu überführen, ohne dabei die gefundene Schalenform zu verändern.

Hierzu wurde jeder zweite Eckpunkt eines Hexagons gefangen und mit Linien verbunden. Daraus entstand vorübergehend ein viereckiges bzw. trapezförmiges Maschennetz (Abbildung 26).

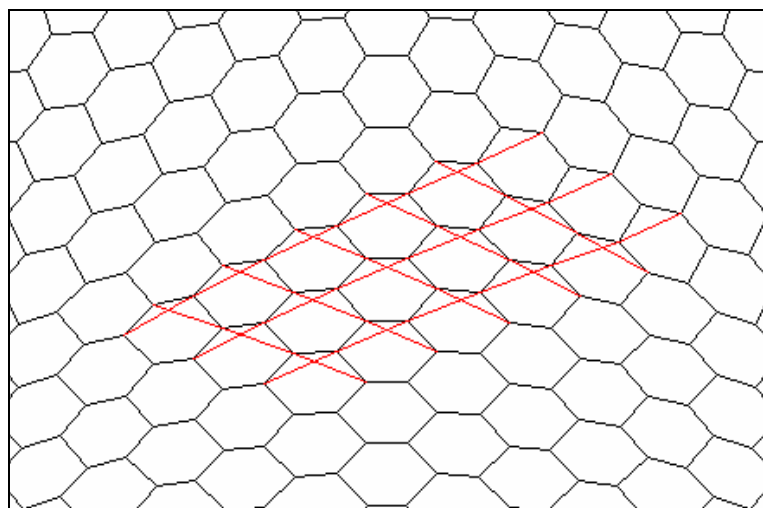


Abbildung 26: Überführung Hexagon- in Vierecknetz

Durch das Verbinden der Schnittpunkte des generierten Trapeznetzes konnten schließlich Dreiecke erzeugt werden (Abbildung 27).

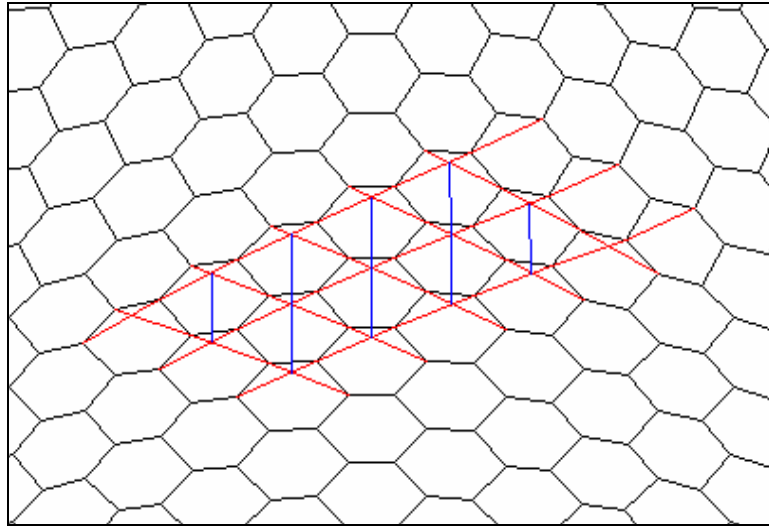


Abbildung 27: Überführung Viereck- in Dreiecknetz

Mit der Prämisse, in der Konstruktion nur Stablängen zwischen 0,8 und 3,0 m zu haben, konnte folgendes Netz generiert werden (Abbildung 28).

Die genauen Stabinformationen sind in Anlage A: Stabdaten zusammengefasst.

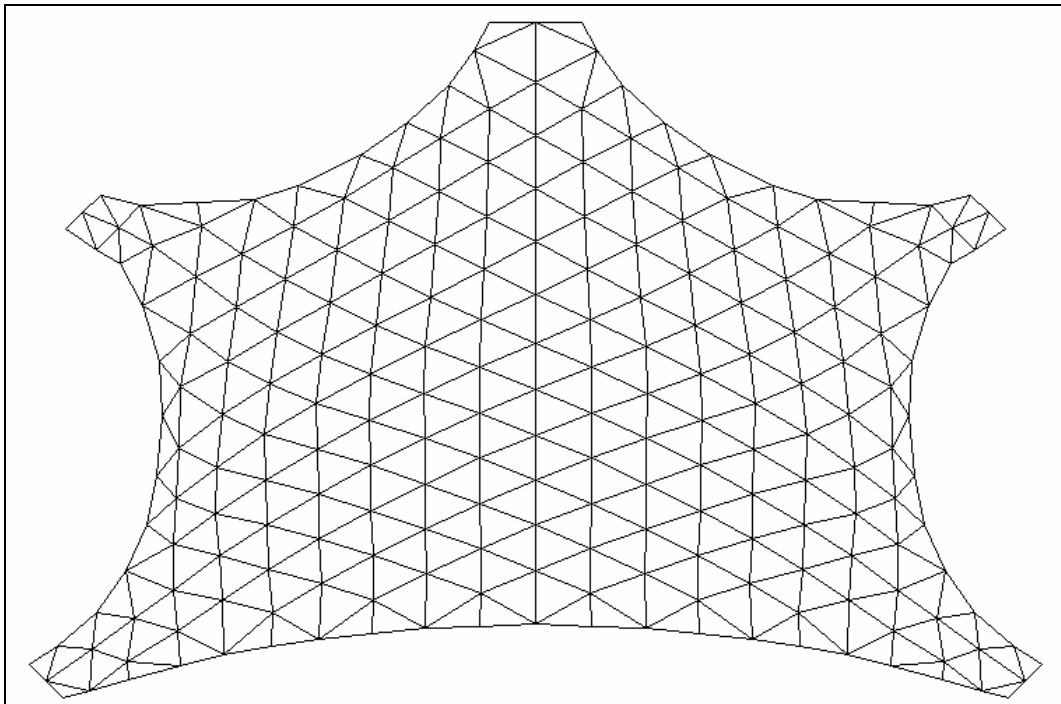


Abbildung 28: Endversion – Dreiecknetz

4 Vorbemessung

Für sämtliche Berechnungen und Nachweise wurde das Programmtool „Räumliches Stabwerk“ des Programms *InfoCad* der Firma Infograph und das Programm *XRST* der Firma D.I.E. herangezogen. Das Netz konnte als dxf-File importiert werden, wobei lediglich noch die Verbindung der Knotenpunkte durch Stäbe hergestellt werden musste. Das Ziel der Berechnungen bestand darin, die Schnittgrößen im Rahmen einer Vorbemessung zu ermitteln. Dass heißt, einige Lastannahmen wurden vereinfacht bzw. vernachlässigt und die Berechnungen nach Theorie I. Ordnung durchgeführt.

4.1 Tragverhalten von Gitterschalen

Das Tragverhalten von Gitterschalen ist durch einen hohen Grad innerer Elastizität und relativ große Formänderungen unter äußeren Belastungen gekennzeichnet. Ihre Tragfähigkeit wird bestimmt durch die Steifigkeit des Gitters, der Ränder und durch die räumlich gekrümmte Form. Der Querschnitt der Gitterstäbe, die konstruktive Ausbildung der Knoten und die Maschenweite bestimmen die Steifigkeit des Gitters. Deren Schubsteifigkeit hat maßgeblichen Einfluss auf die Tragfähigkeit: Insbesondere die Unverdrehbarkeit der Knoten muss gewährleistet sein. Alle genannten Faktoren sind untereinander in ihren statischen und konstruktiven Auswirkungen auf das Tragverhalten eng verknüpft.

Der Maßstab der Tragfähigkeit ist die Stabilität. Zu unterscheiden sind zwei Stabilitätsfälle: Knicken einzelner Gitterstäbe, des Randes und Beulen des Gitters.

Im Gebrauchszustand ist die Gitterschale unter der Belastung aus Eigengewicht und anderen gleichmäßig verteilten Lasten durch Druckkräfte beansprucht. Etwas vereinfacht gesagt, sind die Druckkräfte über die Oberfläche so verteilt, dass sie vom Scheitel zum Rand hin anwachsen. Den Druckkräften sind Biege- und Torsionsmomente überlagert, die sich aus der Eigensteifigkeit der Gitterstäbe ergeben. Die Biegemomente sind proportional zu den Krümmungen der Schale (vgl. Kapitel 4.4.3).

Der Normalfall der Belastung einer Gitterschale ist das Eigengewicht und andere gleichmäßig verteilte Lasten. Ungleichmäßig verteilte werden mehr über Biegung als über Normalkräfte abgetragen. Gegen punktförmige Kräfte ist die Gitterschale

ziemlich empfindlich. Soweit sich diese nicht vermeiden lassen, muss für eine großflächige Lastverteilung gesorgt werden [HTO74].

4.2 Statisches Modell

4.2.1 Schalenlagerung

Die Lagerung der Stabnetzschale erfolgt an den fünf Fußpunkten mit jeweils drei gelenkigen Lagern, die in allen Richtungen unverschiebbar sind (Abbildung 29).

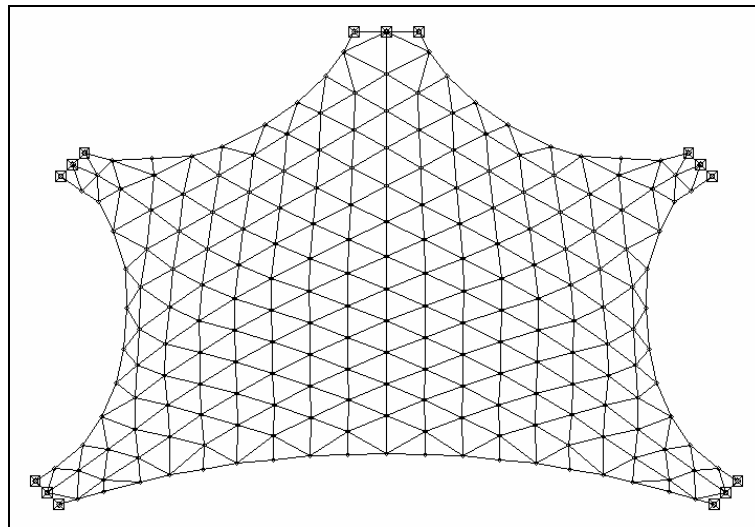


Abbildung 29: Lagerung der Schale

Um die Tragwirkung einer Schale möglichst genau abzubilden, ist es eigentlich notwendig, auch die Lagerung in Richtung der resultierenden Neigung anzuordnen (vgl. Kapitel 1.1.1).

Diese „schalengerechte“ Lagerung war allerdings weder mit *InfoCad* noch mit *XRST* umzusetzen.

4.2.2 Knoten

Die Verbindung der einzelnen Stäbe der Netzschale ist biegesteif. Durch Lastfälle wie Schnee und Wind werden die Stäbe auf Biegung beansprucht. Daraus folgt, dass auch die reale Stab-Knoten-Verbindung eine Biegetragfähigkeit liefern muss.

4.2.3 Schnittgrößen am räumlich beanspruchten Stab

Jeder Stab der doppelt gekrümmten Fläche wird räumlich beansprucht. Entgegen einer reinen Schalentragswirkung, müssen bei diesem Entwurf auch Biegemomente von den Stäben aufgenommen werden. Das liegt einerseits an den biegesteifen Stabverbindungen und andererseits an der nicht „idealen“ Schalenform des frei geformten Stabwerks. Die Schnittreaktionen am räumlich beanspruchten Stab sind in Abbildung 30 dargestellt.

Der Querschnitt ist nur der Anschaulichkeit halber als Rechteck gezeichnet und kann an sich beliebig sein. Die Belastungen seien q_x , q_y , q_z . Neu im Vergleich zum 2D-Stab ist dabei nur die Komponente q_y , die eine „seitliche“ Belastung, das heißt eine Belastung in der x, y - Ebene erzeugt. Hierdurch entstehen neue Querkräfte und Biegemomente, die entsprechend der Richtungen ihrer Vektoren Q_z und M_z heißen mögen. Zum Unterschied hierzu werden die bei der Belastung in der x, z - Ebene auftretenden Größen zweckmäßig Q_z und M_y genannt. Bei der räumlichen Beanspruchung muss nun noch eine weitere Schnittgröße, das Torsionsmoment oder Drillmoment D , berücksichtigt werden (Abbildung 31).

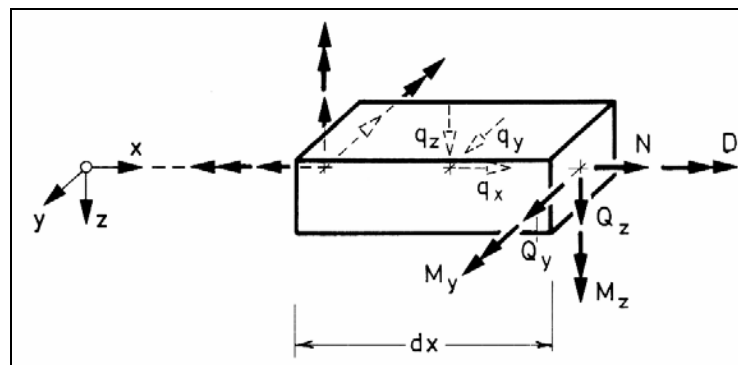


Abbildung 30: Schnittgrößen am räumlich beanspruchten Element eines geraden Stabes [Pfl78]

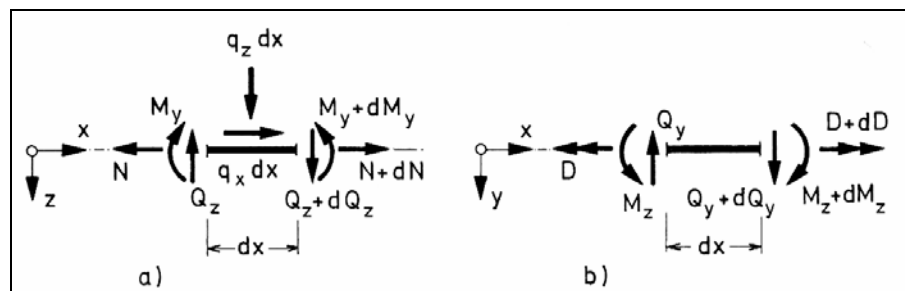


Abbildung 31: Gleichgewicht am Element eines geraden Stabes [Pfl78]

4.3 Einwirkungen

4.3.1 Ständige Lasten

Eigenlast

Die Stabnetzschale soll in dem hier behandelten Entwurf mit Stahl - Hohlprofilen ausgeführt werden. In einer ersten Vorbemessung wurde über den gesamten Schalenverlauf ein $\square 120/60/6$ verwendet. Im Ergebnis zeigte sich, dass der Betrag der Kräfte und Momente vom Stich zu den Auflagern zunimmt und die Tragfähigkeit dieses Querschnittes an den Lagerpunkten nicht ausreichend ist (Abbildung 32). Deshalb lag die Entscheidung nahe, eine Staffelung der Querschnitte vorzunehmen.

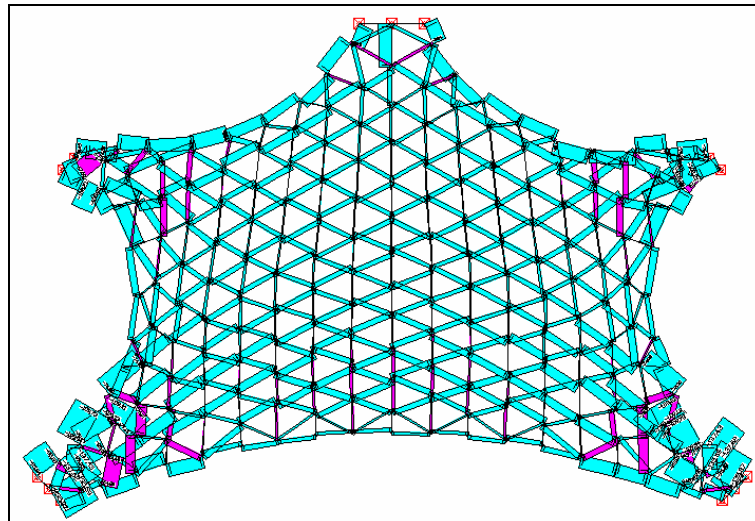


Abbildung 32: Normalkraftverlauf – einheitlicher Stabquerschnitt

Eine gestaffelte Stabanordnung vom Auflager zum Stich wird über gevoutete Stäbe realisiert, welche an allen Punkten von Querschnittswechseln vorgesehen werden. Dabei bleibt die Stabbreite aber über die gesamte Konstruktion gleich bei 70 mm. Nur die Stabhöhe variiert zwischen 120 und 180 mm (Abbildung 34). An den Lagerungspunkten werden die höchsten und im Stich die niedrigsten Profile eingebaut. Die Voutung der Stäbe erfolgt nicht im herkömmlichen Sinne an den Stabenden, sondern kontinuierlich über die gesamte Stablänge (Abbildung 33).

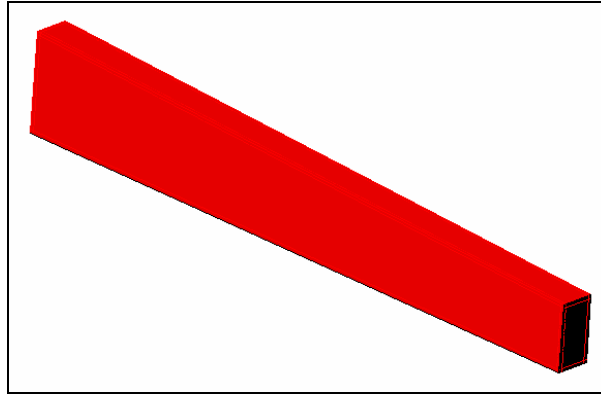
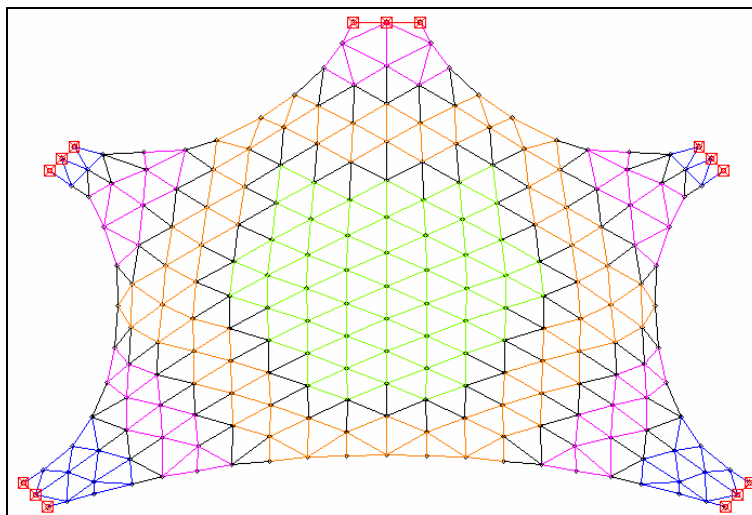


Abbildung 33: Gevouteter Stab



- □ 180/70/12
- □ 160/70/6
- □ 140/70/6
- □ 120/70/6
- □ Voutenstäbe

Abbildung 34: Staffelung der Stabquerschnitte

Glaslast

Prinzipiell boten sich mehrere Wege an, die Last aus der Glaseindeckung zu modellieren. Es ist möglich, die Flächenlast der Glasscheibe über eine Bezugsfläche in Knotenlasten umzurechnen. Diese Methode entspricht aber am wenigsten dem realen Lastabtrag einer Glasscheibe. Die wirkliche Belastung spiegelt sich am jeweiligen Rand der Scheibe durch eine Dreieckslast wieder, welche in dieser Arbeit als eine gleichmäßig verteilte Linienlast idealisiert wurde (Abbildung 35).

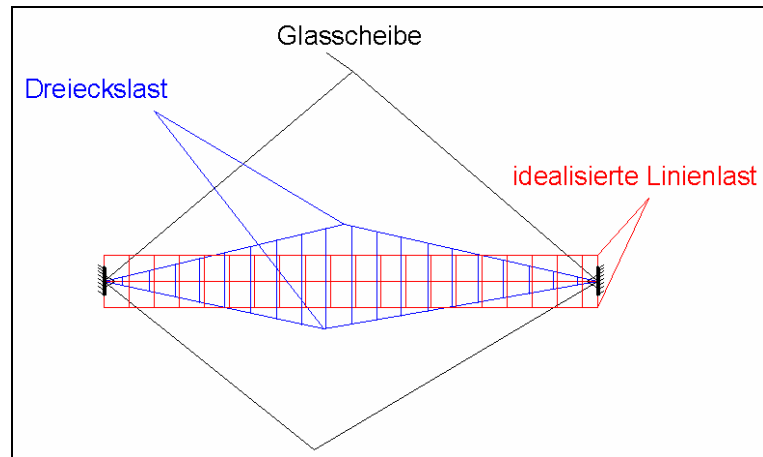


Abbildung 35: Lastverteilung – Glasscheibe idealisiert

Für die Eindeckung der Gitterschale wurde ein Verbundsicherheitsglas VSG 2 x 10 mm beispielhaft (Annahme) ausgewählt. Das Eigengewicht einer Glasscheibe beträgt:

$$g = 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,01 = 0,25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{\text{Doppelvergl.}} = 2 \cdot 0,25 = 0,50 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Für die weitere Berechnung der Belastung aus Glaseindeckung, wurde ein „Modelldreieck“ mit Seitenlängen von 2,5 m ausgewählt.

$$A = 0,25 \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} = 0,25 \cdot 2,5^2 \cdot \sqrt{3} = 2,7 \text{ m}^2$$

$$\frac{A}{3} = \underline{0,90 \text{ m}^2}$$

$$p_{\text{Zentrum}} = 2 \cdot 0,90 \cdot \frac{0,5}{2,5} = 0,36 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$p_{\text{Rand}} = \frac{0,36}{2} = 0,18 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Das heißt, allen Stäben im Zentrum der Schale wird eine Glaslast von 0,36 kN/m und allen Randstäben eine Last von 0,18 kN/m zugeteilt.

4.3.2 Veränderliche Lasten

Schneelast

Bei der Modellierung der Schneelast konnten einige Annahmen nicht umgangen werden. Da die Schale keine konstante Neigung, sondern eine doppelte Krümmung besitzt, war es nicht möglich die Schneelast für jeden Bereich der Schale genau zu ermitteln. Deshalb wurde folgende Vereinfachung angesetzt: Die Schale wird in zwei Neigungsbereiche unterteilt, wobei Bereich I einen Neigungswinkel von ca. 40° und Bereich II von $< 30^\circ$ hat (Abbildung 36). Außerdem erfolgt der Lasteintrag, wie bei den Glasscheiben (vgl. Kapitel 4.3.1), als gleichmäßige Stablinienlast. Dabei wird den Randstäben nur 50% einer vollen Stablast zugewiesen.

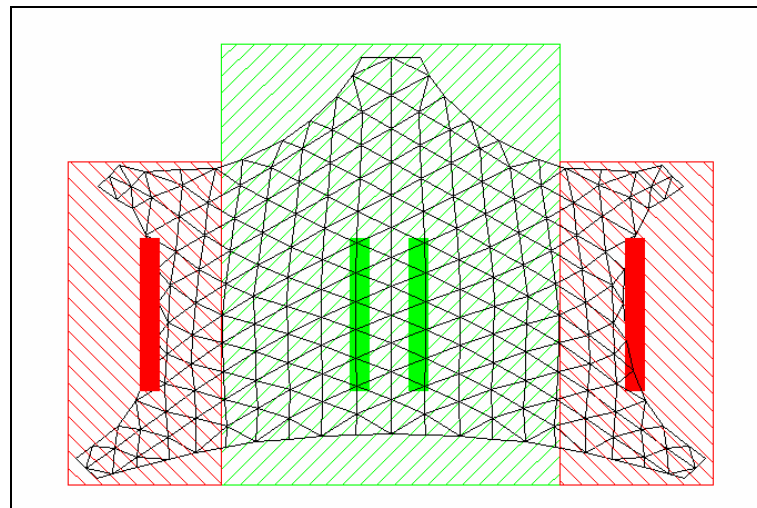


Abbildung 36: Schneelastverteilung – Bereich I und II

Bereich I: $\alpha \approx 40^\circ$; Geländehöhe über NN = 345 m

$$S_0 = 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad k_S = 0,75$$

$$S' = S_0 \cdot k_S = 0,75 \cdot 0,75 = 0,56 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Linienlast: } p = \frac{\left(2 \cdot \frac{A_{\Delta}}{3} \cdot S'\right)}{l}$$

$$p_{\text{Mitte}} = \frac{(2 \cdot 0,9 \cdot 0,56)}{2,5} = \underline{\underline{0,40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

$$p_{\text{Rand}} = \frac{p_{\text{Mitte}}}{2} = \underline{\underline{0,20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

Bereich II: $\alpha < 30^\circ$; Geländehöhe über NN = 345 m

$$S_0 = 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \quad k_s = 1,0$$

$$S' = S_0 \cdot k_s = 0,75 \cdot 1,0 = 0,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Linienlast: } p = \frac{\left(2 \cdot \frac{A_{\Delta}}{3} \cdot S'\right)}{l}$$

$$p_{\text{Mitte}} = \frac{(2 \cdot 0,9 \cdot 0,75)}{2,5} = \underline{\underline{0,54 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

$$p_{\text{Rand}} = \frac{p_{\text{Mitte}}}{2} = \underline{\underline{0,27 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

Schnee halbseitig:

Bei der Berücksichtigung einer einseitigen Schneebelastung kann $\frac{S}{2}$ angesetzt werden [Sch98, S. 3.24].

$$\text{Bereich I: } p_{\text{Mitte}} = \underline{\underline{0,20 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

$$p_{\text{Rand}} = \underline{\underline{0,10 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

$$\text{Bereich II: } p_{\text{Mitte}} = \underline{\underline{0,27 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

$$p_{\text{Rand}} = \underline{\underline{0,135 \frac{\text{kN}}{\text{m}}}}$$

Windlast

Die DIN 1055-4 liefert ausschließlich Druckbeiwerte für regelmäßige- (Sattel- und Pultdächer) oder gekrümmte Körper (Kugel und Zylinder). Für zweiachsig gekrümmte Flächen werden keine Werte genannt. Durch die sich un stetig ändernde Krümmung ist deren Ermittlung sehr komplex. Aus diesem Grund sind bei allen bekannten Bauwerken mit zweiachsig gekrümmter Haut- oder Dachstruktur Windkanalversuche durchgeführt worden. Bei einem solchen Versuch sollen Druckbeiwerte ermittelt werden, welche in der Entwurfsberechnung anzusetzen sind. Dies geschieht durch die Anordnung von gleichmäßig verteilten Druckmessröhren auf der zu untersuchenden Fläche.

Im speziellen Fall der Überdachung des Naturtheaters in Grötzingen kann die Windbelastung auch nicht ohne weitere Untersuchungen abgeschätzt werden. Da die Stabnetzschale in allen Richtungen Öffnungen besitzt, ist es wahrscheinlich, dass hier sogar ein Wechsel von drückenden und abhebenden Kräften auftreten wird.

Weil die Ermittlung der Schnittkräfte und Verformungen in dieser Arbeit nur im Rahmen einer Vorbemessung ermittelt werden sollen, wurde auf diese ausführliche Untersuchung der Windbelastung verzichtet. Die folgenden Schnittgrößen sind also ohne den Einfluss der Windlasten berechnet worden.

4.3.3 Lastfälle und deren Kombinationen

Lastfälle

Im Rahmen dieser Vorbemessung wurden folgende Lastfälle berücksichtigt:

LF 1	Eigenlast der Gitterstäbe
LF 2	ständige Last der Verglasung
LF 3	veränderliche Last - Schnee auf der ganzen Konstruktion
LF 4	veränderliche Last - Schnee einseitig

Lastfallkombinationen

LK 1	LF1 + LF2 + LF3
LK 2	LF1 + LF2 + LF4

4.4 Schnittgrößen

4.4.1 Schnittgrößen unter LK1

Normalkräfte

Unter der maßgebenden Lastfallkombination LK1 konnte das gewünschte Lastbild einer rein druckbeanspruchten Konstruktion nicht zu 100% erreicht werden. Es ist aber gut zu erkennen, dass Zugkräfte nur vereinzelt in den randnahen Bereichen auftreten. Des Weiteren ist auch die zu erwartende Zunahme der Normalkräfte, hin zu den Auflagern, eingetreten (Abbildung 37). Die Beträge der Normalkräfte bewegen sich auf der Schale in einem Bereich von + 76,3 kN (Zug) bis - 180,9 kN (Druck).

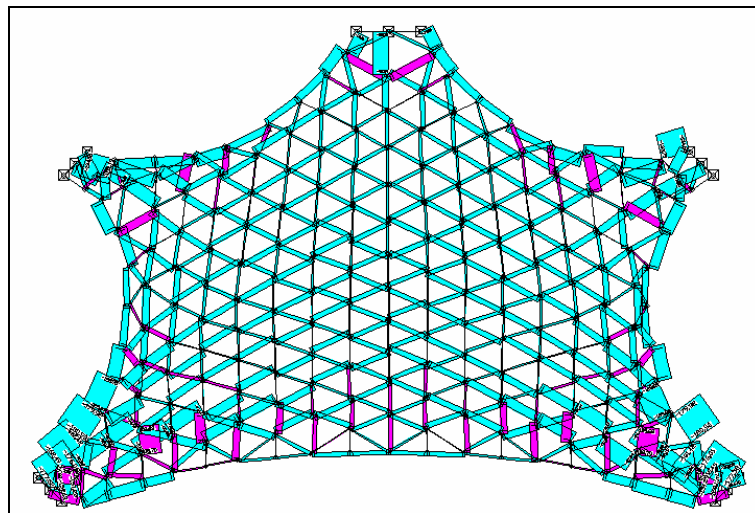


Abbildung 37: Normalkräfte unter LK1 (+ 76,3 kN bis - 180,9 kN)

Biegemomente

Bei der Ermittlung der Biegemomente in den Stäben zeigte sich, dass in den Auflagerbereichen und den Zonen antiklastischer Krümmung eine Momentenkonzentration auftritt. Das Idealbild eines momentenfreien Lastabtrags konnte in dieser Konstruktion nicht realisiert werden. Die Momente M_y verändern sich in einem Wertebereich von - 4,27 bis 10,92 kNm (Abbildung 38). An den Rändern und im Schalenzentrum treten nur minimale Biegemomente auf.

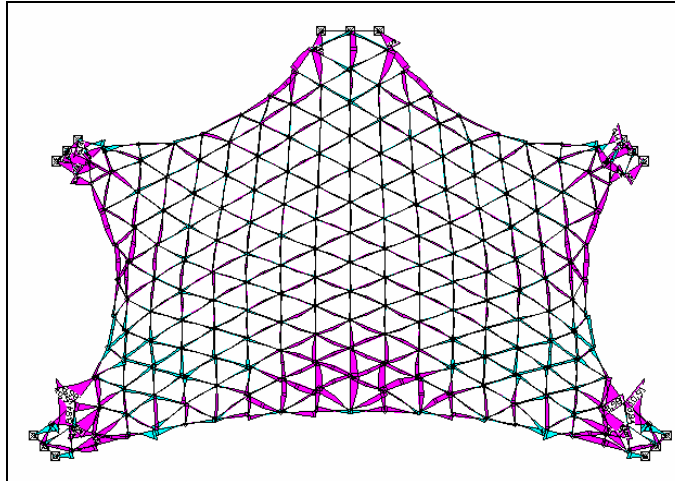


Abbildung 38: Biegemomente um die y-Achse unter LK1 (- 4,27 kNm bis 10,91 kNm)

Verformungen

Affin zu den Biegemomenten (vgl. Kapitel 4.4.1, Biegemomente), treten die größten Verformungen in z-Richtung im Bereich der antiklastischen Krümmung der Schale auf. Ansonsten sind die Verformungen in Schalenmitte tendenziell größer als in den Randbereichen. Der Wertebereich geht von - 2,3 bis + 37,2 mm. Die Spannweite der Schale beträgt 40 m. Daraus ergibt sich eine zulässige Verformung von $\frac{l}{300} = \frac{40000}{300} = 133$ mm, welche um ein Vielfaches größer ist, als die maximal Vorhandene von + 37,2 mm (Abbildung 40).

Aufgrund der Symmetrie in Schale und Belastung, sind auch alle Schnitt- und Verformungsgrößen absolut symmetrisch zur Mittelachse der Konstruktion (Abbildung 39).

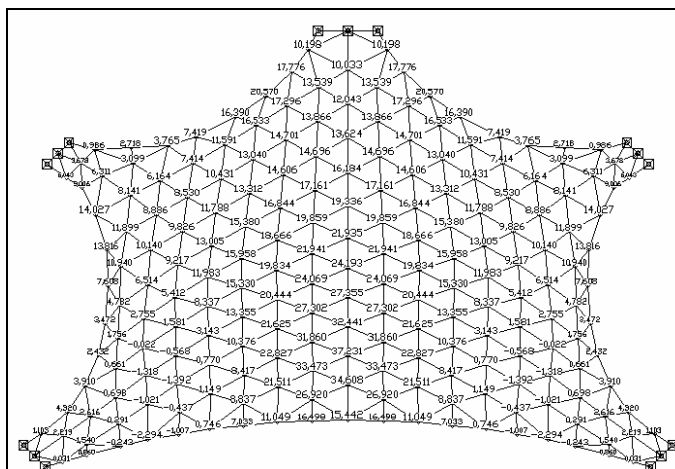


Abbildung 39: Verformung U_z unter LK1 (numerisch von - 2,3 mm bis + 37,2 mm)

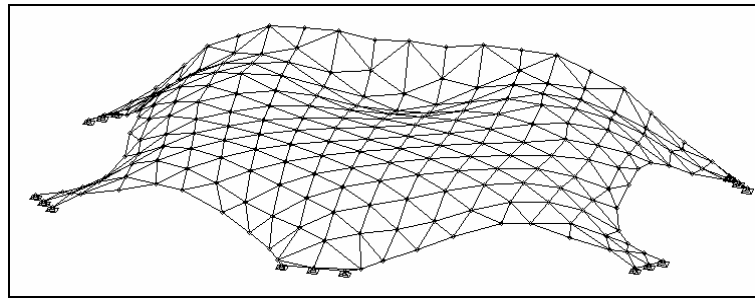


Abbildung 40: Verformungsfigur unter LK1 (100-fach überhöht)

4.4.2 Schnittgrößen unter LK2

Normalkräfte

Durch die einseitige Belastung, ist die Anordnung der Ergebnisse nicht mehr symmetrisch. Es ist aber ablesbar, dass sich die maximale Druckkraft von -180 kN im Vergleich zur vollen Schneelast nicht verändert hat. Der Wertebereich bewegt sich jetzt zwischen $-180,9$ und $+67,1$ kN (Abbildung 41).

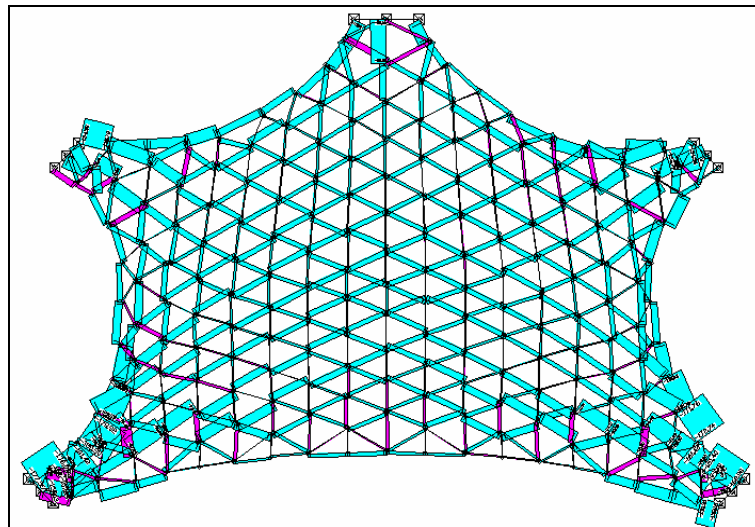


Abbildung 41: Normalkräfte unter LK2 ($-180,9$ kN bis $+67,1$ kN)

Biegemomente

Wie schon bei den Normalkräften, ist auch die Verteilung der Biegemomente nicht mehr symmetrisch. Die grundlegende Momentenaufteilung im Vergleich zur Vollast hat sich aber kaum verändert. Die Maxima der Biegemomente findet man im Auflagerbereich (Abbildung 42), wobei der Wertebereich zwischen $-4,27$ und $+7,65$ kNm variiert. Das maximale Biegemoment befindet sich auf der Last abgewandten Seite der Schale, im Bereich des vorderen, rechten Auflagers. Dieses

Verhalten der Schale ist auch gut nachvollziehbar. Eine gute Analogie bietet der Versuch mit einem gebogenen Blatt Papier. Wird dieses einseitig gedrückt, dann fällt auf wie es dazu neigt, seitlich auszuweichen (analog zur Stabnetzkonstruktion).

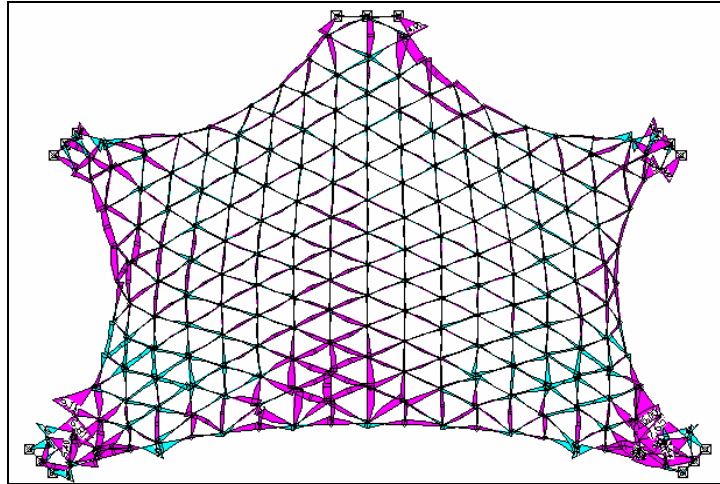


Abbildung 42: Biegemomente um die y-Achse unter LK2 (- 4,27 kNm bis + 7,65 kNm)

Verformungen

Symmetrie: (vgl. Kapitel 4.4.2; Normalkräfte und Biegemomente)

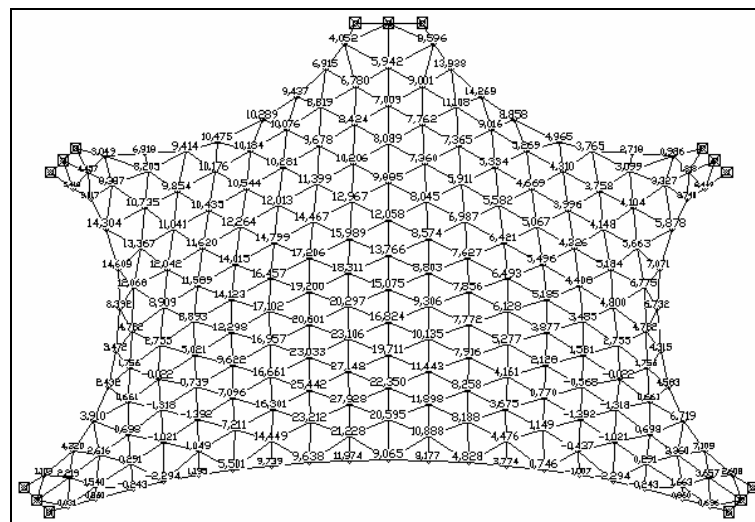


Abbildung 43: Verformung U_z unter LK2 (numerisch von - 2,3 mm bis + 27,9 mm)

In Abbildung 44 ist zu erkennen, dass die maximalen Verformungen in Richtung der Schneelast gerückt sind. Weitere Maxima sind an den seitlichen Auflagerpunkten zu finden. Es ergibt sich eine zulässige Verformung von

$\frac{l}{300} = \frac{40000}{300} = 133 \text{ mm}$, welche um ein Vielfaches größer ist, als die maximal

Vorhandene von + 29,9 mm. (Abbildung 44).

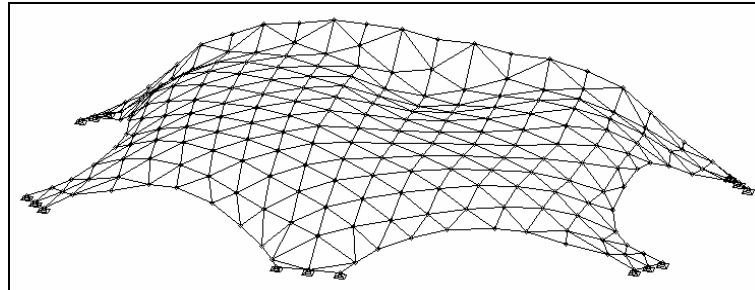


Abbildung 44: Verformungsfigur unter LK2 (100-fach überhöht)

4.4.3 Vergleich der Normalkraftverläufe unterschiedlicher Netztypen

Wie in Kapitel 3.2.2 - Versuch 2 beschrieben, gelang es zunächst nur die Schale als Hexagonnetz in der Ebene zu generieren. Das daraus konstruierte Netz aus Dreiecksmaschen lieferte dann in einer ersten Schnittgrößenermittlung einen großen Anteil an Zugkräften in der Konstruktion (Abbildung 49). Da dieses Ergebnis nicht der gewünschten bzw. „idealen“ Schalentragswirkung entspricht, wurden zwei Vergleichsrechnungen mit viereckigen (Abbildung 48) und hexagonalen (Abbildung 47) Maschen durchgeführt.

Wie man in Abbildung 47 erkennt, treten in dem Netz mit hexagonalen Maschen fast ausschließlich Druckkräfte auf. Dieser Kraftverlauf bzw. diese Art der Kräfte war auch zu erwarten, da die reine Formfindung auf Grundlage des Hexagonnetzes betrieben wurde. In diesem Prozess richtet die Software die Stäbe analog eines Hängemodells (nur Zugkräfte in den Querschnitten) aus, so dass schließlich in der gesamten Konstruktion Druckkräfte vorhanden sind.

Wird nun die Topologie des Netzes verändert, das heißt die Stäbe bilden zwar die selbe Schalenform ab, sind in der Projektion aber anders angeordnet, so ergibt sich demzufolge ein anderer Weg für die abzuleitenden Kräfte. Aus diesem Verhalten ist zu erklären, dass sich bei unveränderter Schalengeometrie ein anderes Verhältnis von Zug- zu Druckkräften abbildet (Abbildung 48).

Eine weitere Begründung für diesen Sachverhalt ist im Zusammenhang von Krümmung und Kraftverlauf zu suchen. Prinzipiell gilt die Aussage: Eine starke Krümmung zieht Kräfte an!

Dieser Zusammenhang lässt sich am Tragverhalten eines Bogens beschreiben. Ein stark gekrümmter Bogen besitzt unter einer gleichmäßigen Belastung (Eigenlast) eine große Vertikalkraftkomponente im Vergleich zur Horizontalkraft. Daraus folgt, dass der Bogen seine Kräfte vor allem über Normalkräfte und nur geringfügig über Biegung abträgt (Abbildung 45).

Bei einem Bogen geringer Krümmung ist genau das Gegenteil der Fall. Große Horizontal- und geringe Vertikalkomponenten erzwingen einen biegebeanspruchten Lastabtrag. Mit Hilfe großer Verformungen „entzieht“ sich der Bogen einer starken Beanspruchung durch Normalkräfte (Abbildung 46). Daraus folgt, dass die Tragstruktur in schwach gekrümmten Bereichen sehr weich ist [ZW].

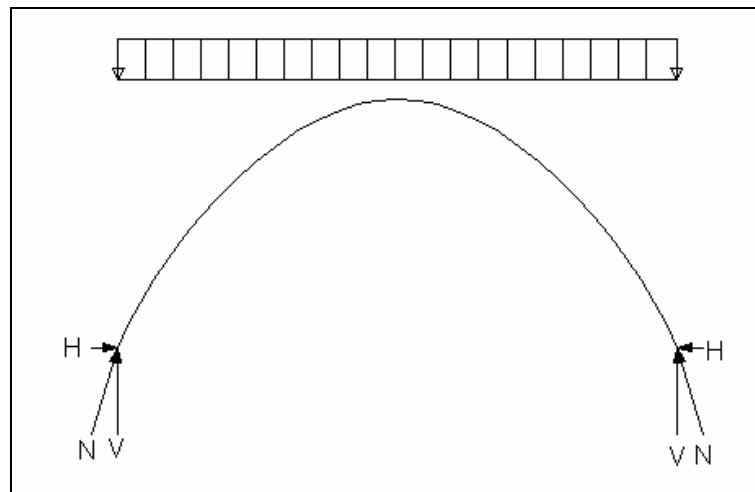


Abbildung 45: Stark gekrümmter Bogen

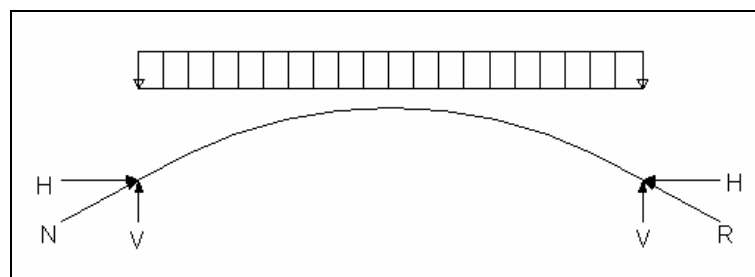


Abbildung 46: Gering gekrümmter Bogen

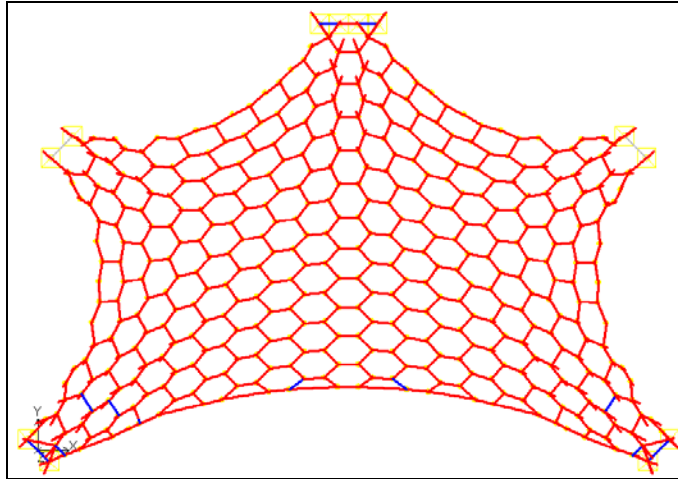


Abbildung 47: Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Hexagonnetz - ebenes Gelände

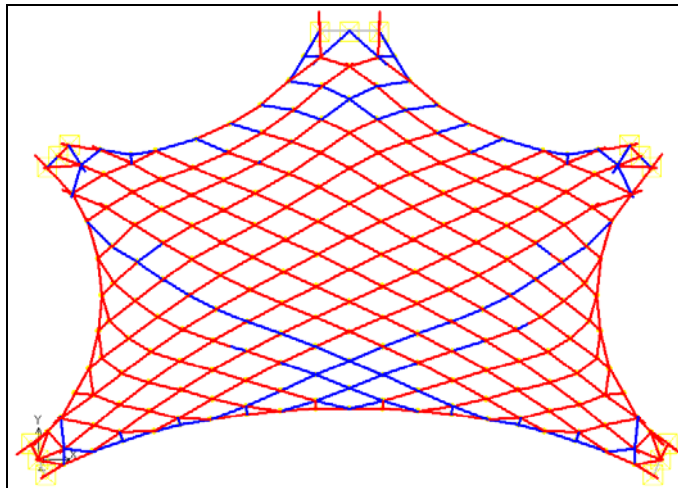


Abbildung 48: Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Vierecknetz - ebenes Gelände

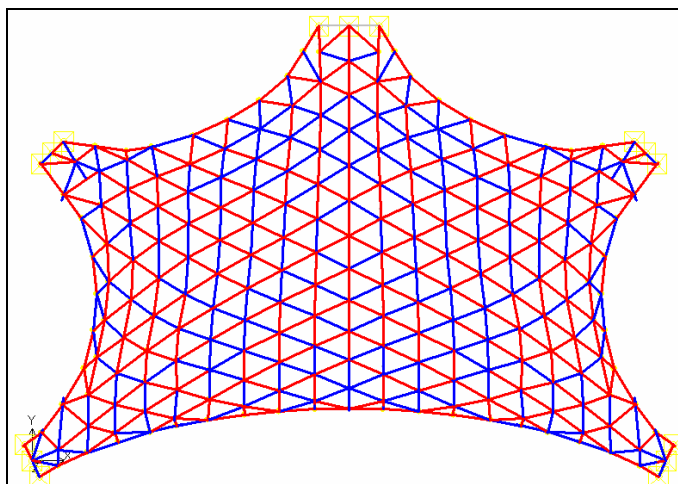


Abbildung 49: Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Dreiecknetz - ebenes Gelände

Die hier behandelten Normalkräfte wurden alle im Lastfall Eigenlast ermittelt. Im Gebrauchszustand treten natürlich noch weitere Lastfälle und deren Kombinationen auf, so dass sich immer ein anderes Schnittgrößenbild ergeben wird, je nachdem wo, wie und mit welcher Größe die Schale belastet wird. Das heißt, Stab X hat z. B. unter Lastfall Eigengewicht eine positive und im Lastfall Eigenlast + Glaslast eine negative Normalkraft.

Wie in Kapitel 3.2.2 - Versuch 4 beschrieben, ist es gelungen eine Schalenform zu generieren, deren Auflager sich in unterschiedlichen z-Koordinaten befinden. Im Ergebnis der mit Dreiecken vermaschten Schale zeigte sich eine deutliche Reduzierung der Normalkräfte im Vergleich zu der ebenen Variante (vgl. Abbildung 37 und Abbildung 49). Es stellt sich die Frage, womit ist dieser Unterschied zu erklären?

Ähnlich der Veränderung der Netztopologie, ändert sich auch der Kraftverlauf in einer geneigten Konstruktion. Im Vergleich zur ebenen Schale werden die Kräfte mehr in Richtung der unteren Auflagerpunkte „gezogen“, wodurch sich ein anderer Schnittkraftverlauf in den Stäben einstellt. Stäbe die vorher durch Zugkräfte beansprucht waren, werden jetzt überdrückt und haben eine negative Normalkraft.

5 Knotenmodellierung

Die wohl anspruchsvollste Aufgabe bei der Konstruktion einer Stabnetzschale stellt die Verbindung der einzelnen Tragglieder dar. Im Gegensatz zum Computermodell, haben die Stäbe nicht nur eine, sondern drei Dimensionen, wodurch deren Vereinigung in einem Punkt nicht ohne Verbindungselement zu realisieren ist. Dieses Element muss die auftretenden Kräfte und Biegemomente aufnehmen und dem Zusammenwirken unterschiedlicher Kräfte und Geometrieparameter genügen. Aus den an manchen Stellen der Schale, antiklastischen Krümmungen, ergeben sich an einem Knoten große Unterschiede in Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkeln. Dadurch ist es nicht mehr möglich, einen universellen Knoten für das gesamte Stabnetz zu verwenden. Aus den sich ständig ändernden Winkeln ergeben sich auch 222 (Knotenanzahl der Stabnetzschale) Unikate, welche einen erheblichen Mehraufwand in Produktion und Montage fordern. Bedingt durch CNC - gesteuerte Fertigung der Einzelteile kann dieser Aufwand heutzutage überschaubar gehalten werden. In der Dachkonstruktion des Britischen Museums in London wurden alle Knoten mittels CNC - gesteuerter Maschinen aus einem starken Blech heraus gebrannt. Die Stabenden wurden ebenfalls in einem komplizierten Verfahren bearbeitet. In Bereichen geringer synklastischer Krümmung ist die Ausbildung der lokalen Knotengeometrie weniger problematisch, da die auftretenden Winkel relativ klein sind. Ein weiteres konstruktives Problem stellen die Stabverdrehwinkel dar. Sie erschweren in besonderen Fällen eine direkte Auflage der Glasscheiben auf die Stäbe.

5.1 Lokale Geometrieparameter

Hohlprofilquerschnitte müssen bezüglich der Trägerfläche des Stabwerknetzes sinnvoll ausgerichtet werden, beispielsweise durch Orientierung der Querschnittshauptachse in Richtung der Flächennormale. Die Linien des Stabwerknetzes definieren die Längsachse der Staboberkante, die Knotenpunkte des Netzes repräsentieren die Mittelpunkte der Stabverbindungselemente. Bei der sich ständig ändernden Krümmung einer frei geformten Fläche ist die Ausrichtung der Stäbe sehr schwer. Hier bieten nur lokale Flächenparameter wie Tangente und Normale eine konsistente Möglichkeit zur Ausrichtung der Stabachsen. Die Normale in einem Stabwerksknoten wird als Knotenvektor bezeichnet und ist gewöhnlich die Summe der normierten Normalvektoren aller am Knoten an-

schließender Facetten. Der Stabvektor ist im einfachsten Fall die Vektorsumme der normierten Normalvektoren beider, am Stab anschließender Facetten [SSK04]. Im allgemeinen Fall ist der Stabvektor bezüglich der beiden anschließenden Knotenvektoren verdreht (Stabverdrehung).

Zwischen Knoten- und Stabvektor entstehen hierbei drei Arten polarer Winkel:

Horizontalwinkel U

Ist der polare Winkel in der Tangentenfläche eines Knotens (Abbildung 50).

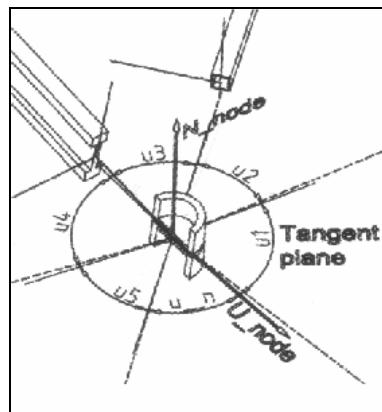


Abbildung 50: Horizontalwinkel U

Die Horizontalwinkel an einem Knoten werden im Wesentlichen von der Wahl des Stabnetzes beeinflusst (siehe Abbildung in [SSK04]).

Vertikalwinkel V

Ist der polare Winkel der Stablängsachse in Bezug auf den Knotenvektor (Abbildung 51).

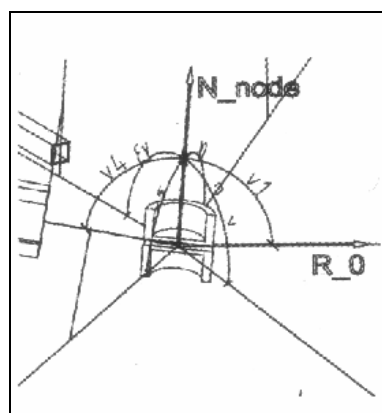


Abbildung 51: Vertikalwinkel V

Die Vertikalwinkel an einem Knoten werden primär von der Flächenkrümmung $\kappa = 1/R$ beeinflusst [SSK04].

Verdrehwinkel W

Ist der Winkel zwischen der Stabnormalenebene und der Ebene, die zwischen Stablängsachse und Knotenvektor aufgespannt wird (Abbildung 52).

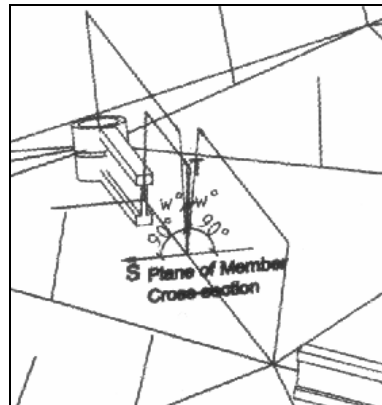


Abbildung 52: Verdrehwinkel W

Die Stabverdrehung hängt von beiden Parametern Flächenkrümmung und Ausrichtung des Stabwerknetzes ab (siehe Abbildung in [SSK04]).

5.2 Konstruktive Möglichkeiten

5.2.1 Stirnflächenknoten

Zylinderknoten

Eine dieser Knotenverbindungen ist der so genannte Zylinderknoten, welcher in Abbildung 54 dargestellt ist.

Das oben und unten offene Knotenstück wird aus einem dickwandigen Rundrohr gefertigt. Die Stäbe werden mit jeweils zwei Bolzen angeschlossen, wobei sie vom Knoteninneren her eingeführt und vorgespannt werden. Die Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel des Stabanschlusses sind in der Geometrie der korrespondierenden Knotenfräsflächen einzustellen. Die Stabenden sind vorzugsweise senkrecht zur Stablängsachse zugeschnitten. Mit den zwei Bolzen können relativ hohe Biegemomente um die Hauptachse des Anschlussquerschnitts übertragen werden [SSK04].

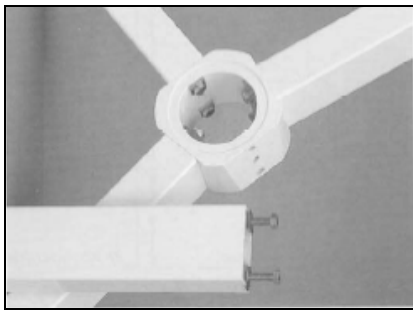


Abbildung 53: Zylinderknoten [SSK04]

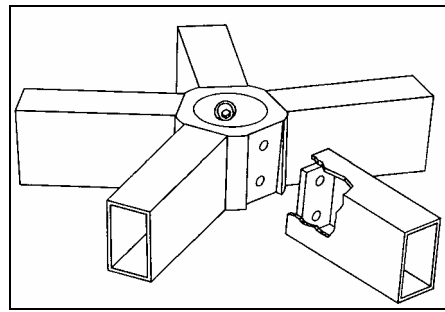


Abbildung 54: Zylinderknoten [SSK04]

Blockknoten

Eine weitere Variante des Stirnflächenknotens ist der Blockknoten (Abbildung 55). Das entsprechende Knotenstück wird aus einem massiven Stahlblock gefräst. Die Stäbe werden jeweils wiederum mit zwei Schraubenbolzen angeschlossen, wobei die Bolzen diesmal von der Stabinnenseite her vorzuspannen sind. Daher müssen die Stäbe aus Hohlprofilen, z.B. Rund- oder Rechteckrohren bestehen. Nahe der Stabenden wird ein Handloch angeordnet, durch welches die Bolzen eingeführt werden können. Die Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel des jeweiligen Stabanschlusses müssen über die Geometrie der Knotenfräsfläche eingestellt werden.

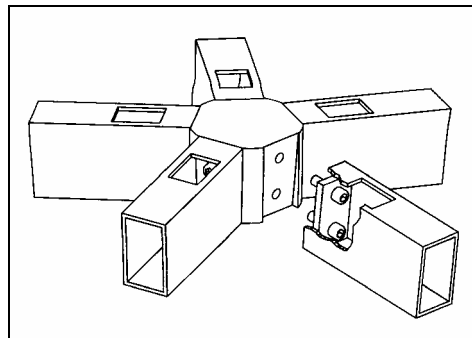


Abbildung 55: Blockknoten

Tellerknoten

Eine dritte Variante des Stirnflächenknotens ist der Tellerknoten (Abbildung 57). Das Knotenstück ist ein flaches, tellerförmiges Schmiede- oder Gussteil. Die Verbindung der Stäbe an den Knoten erfolgt hier nur mit einem Schraubenbolzen, dementsprechend ist die Biegetragfähigkeit relativ gering. Die Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel werden wie bei den anderen Knoten über die Geometrie der Knotenfräsfläche eingestellt. Die Stabenden sind daher wieder meist

senkrecht zur Stabachse geschnitten, wodurch die Fertigung der Stäbe relativ einfach ist [SSK04].

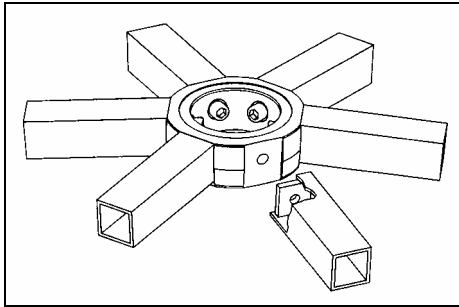


Abbildung 56: Tellerknoten [SSK04]

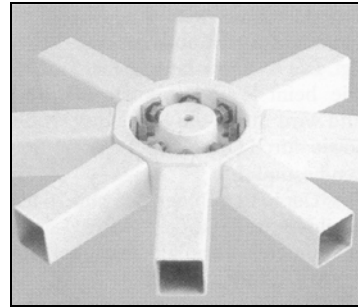


Abbildung 57: Tellerknoten [SSK04]

Kugelknoten

Dieser Knoten ist aus einer Hohlkugel gefertigt, die oben und unten offen ist. Die Stäbe sind mit jeweils zwei Schraubenbolzen an den Knoten angeschlossen, wobei die Bolzen vom Knoteninnenraum her verschraubt werden. Die Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel sind in gewissen Grenzen einstellbar und beeinflussen nur die Geometrie der Schraubenlöcher im Knoten. Die Übertragung von Biegemomenten ist beschränkt möglich. Aufgrund des nach oben hervorstehenden Knotenstücks ist eine direkte Auflage der Eindeckung über den Knoten hinweg nicht möglich (Abbildung 58).

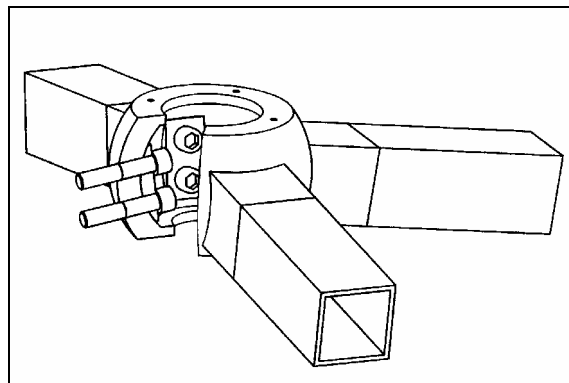


Abbildung 58: Kugelknoten [SSK04]

5.2.2 Laschenknoten

Bei Laschenknoten erfolgt die Kraftübertragung zwischen Knoten und Stabanchluss mittels in Stablängsrichtung angeordneten Laschen. Sie sind entweder Einzelelemente oder in den Stab bzw. Knoten integriert. Die Kräfte werden vorwiegend mit Bolzen über Scher-Lochleibung übertragen bzw. alternativ durch

Formschluss oder eine Schweißverbindung. Die Bolzen werden in der Regel vorgespannt.

Schweißverbindung

Der in Abbildung 60 dargestellte geschweißte Stirnflächenknoten wurde von der Wagner - Biro AG entworfen und für die Überdachung des Innenhofes des Britischen Museums in London eingesetzt.

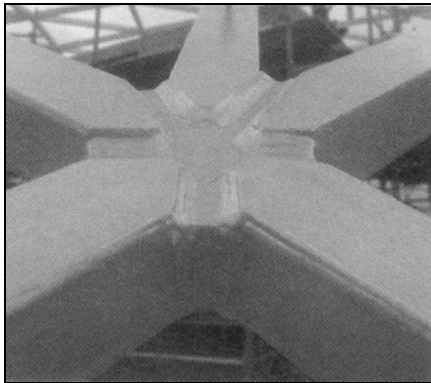


Abbildung 59: Laschenknoten – Geschweißt [SSK04]

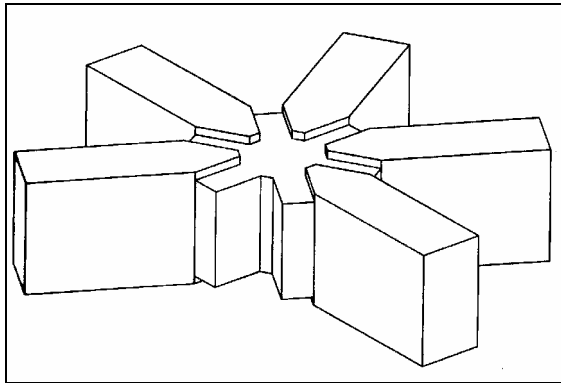


Abbildung 60: Laschenknoten – Geschweißt [SSK04]

Der sternförmige Knoten besitzt fünf bis sechs Arme, wobei sich jeder in der Gehrung zweier benachbarter Stäbe befindet. Die massiven Knotenstücke werden mit geraden Brennschnitten aus dicken Blechen gefertigt. Die Stabenden sind mit einem, zur entsprechenden Ausnehmung im Knoten passenden, Doppelgehrungsschnitt versehen. Die Dicke des Knotenblechs ist etwas geringer als die Höhe der anschließenden Stäbe. Der Schweißnahtanschluss der Stabenden wird mit Kehlnähten an der Ober- und Unterseite und mit HV- Nähten an den Seitenflächen der Stäbe ausgeführt. Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel werden über die Geometrie der Stabendbearbeitung eingestellt. Die Knotenverbindung kann sehr große Biegemomente übertragen.

Schraubverbindung

Prinzipiell gibt es verschiedene Möglichkeiten, geschraubte Laschenknoten zu konstruieren.

Gekreuzte Flachbleche:

Diese Verbindung besteht aus zwei gekreuzten Flachblechen als Laschen, die mit einem zentralen Schraubenbolzen verbunden sind. Gleichzeitig wird mit die-

sem Bolzen eine Seilklemme an der Knotenunterseite befestigt. Die Stabenden werden abgefräst und über eine Scher-Lochleibungsverbindung mit den Laschen verschraubt (Abbildung 62). Vertikalwinkel müssen über einen Knick in den Laschen realisiert werden. Aufgrund der kleinen Stabquerschnitte und nur einer vorhandenen Scherebene ist die Übertragbarkeit von Biegemomenten sehr begrenzt [SSK04].

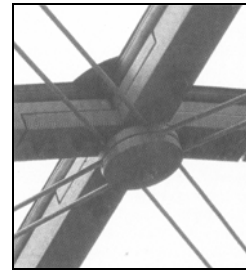
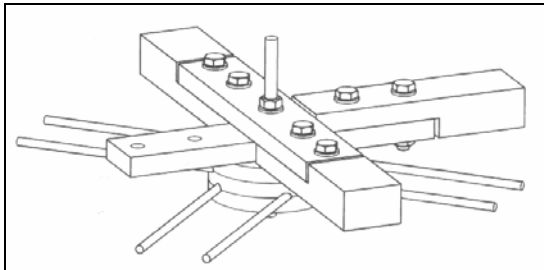


Abbildung 61: Gekreuzte Flachbleche [SSK04]

Abbildung 62: Gekreuzte Flachbleche [SSK04]

Gefräster Knoten:

Das Knotenteil besteht aus einer dicken Platte mit bis zu sechs Anschlusslaschen, die in gefräste Gabelenden der Stäbe eingepasst sind. Die Stäbe sind mit mindestens zwei Schrauben an den Knotenlaschen über zwei Scherfugen befestigt (Abbildung 64). Die Anschlusswinkel U, V und W können innerhalb eines gewissen Bereichs durch die Geometrie der Fräsung der Knotenlaschen aufgenommen werden [SSK04].

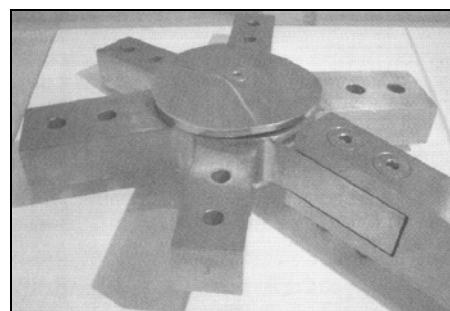
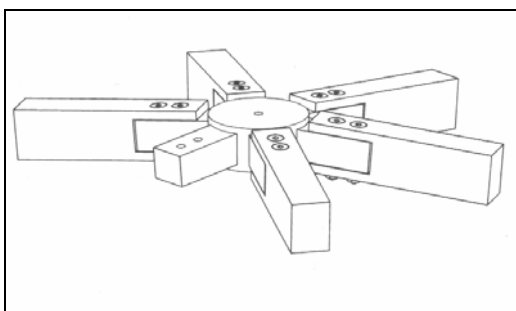


Abbildung 63: Gefräster Knoten [SSK04]

Abbildung 64: Gefräster Knoten [SSK04]

Vertikale Laschen:

Dieser Knoten hat einen zylindrischen Kern, an dem bis zu sechs vertikale Laschen angeschweißt sind. An die Stabenden wird eine vertikale Gabellasche an-

oder eingeschweißt. Die Stabverbindung erfolgt mit zwei oder mehr Schrauben über zwei Scherflächen. Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel können über die Geometrie der Laschen aufgenommen werden. Die vertikalen Laschen erlauben die Übertragung größerer Biegemomente [SSK04]; (Abbildung 65).

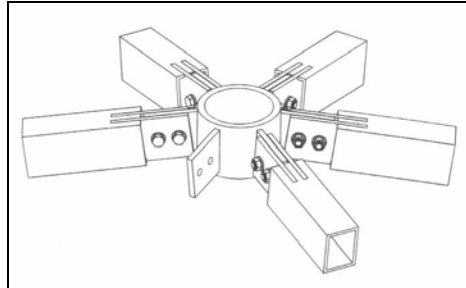


Abbildung 65: Vertikale Laschen [SSK04]

5.3 Vorzugsvariante

5.3.1 Auswahlpunkte

Die in dieser Arbeit gewählte Vorzugsvariante orientiert sich stark am in Kapitel 5.2.1 vorgestellten Zylinderknoten. Dessen lokale Geometrie wird in einen CNC - gesteuerten Arbeitsprozess gefräst. Durch die unterschiedlichen Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel ergeben sich an jedem Knoten sechs verschiedene Anschlussflächen. Um die jedoch nicht zu aufwendig werden zu lassen, wurde festgelegt, dass nur die Horizontalwinkel über die lokale Knotengeometrie eingestellt werden. Die Vertikal- und Verdrehwinkel werden durch die einzelnen und dadurch uniken Stabenden realisiert (Abbildung 66).

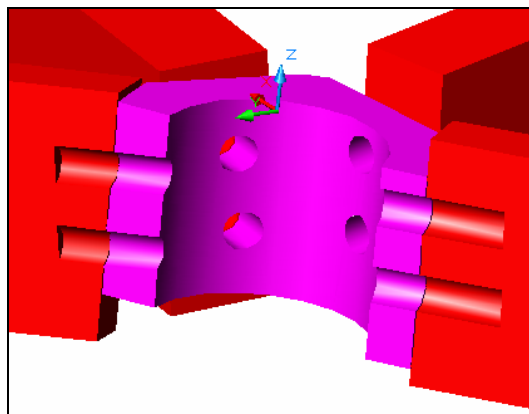


Abbildung 66: Vorzugsvariante

Das heißt, in dieser Lösungsvariante wird die Realisierung der lokalen Knotengeometrie sowohl vom Knoten als auch von den Stäben übernommen. In Bezug auf

die globale Knotengeometrie werden alle Stabverbindungen in Richtung ihres resultierenden Richtungsvektors orientiert.

Um die Unterschiede in den lokalen Knotengeometrien zu verdeutlichen, wurden beispielhaft zwei möglichst unterschiedliche (in Bezug auf Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel) Knotenpunkte aus der Konstruktion heraus genommen (Abbildung 67).

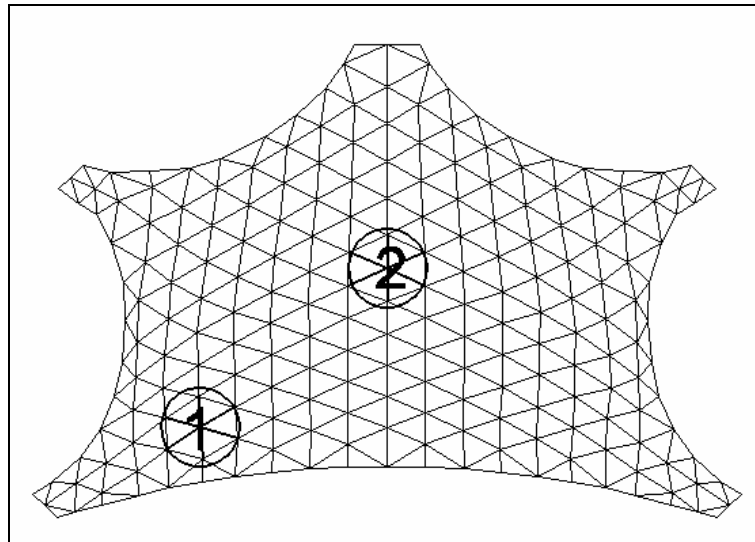


Abbildung 67: Beispielknoten

Am ersten Beispielknoten sind sehr große Vertikal- und Verdrehwinkel zu erkennen (Abbildung 68). Diese resultieren hauptsächlich aus der antiklastischen Krümmung der Schale an dieser Stelle.

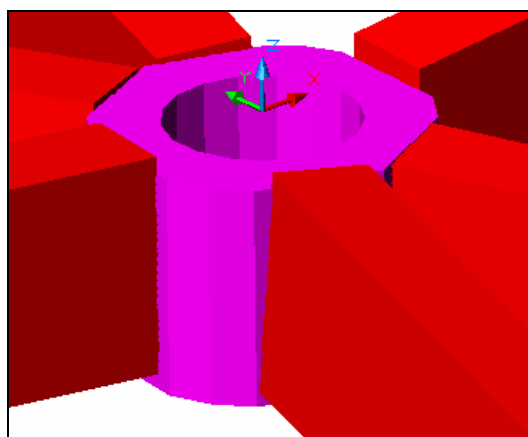


Abbildung 68: Stablage am ersten Beispielknoten

Am zweiten Auswahlknoten ist die Neigung der Kuppel relativ flach und die Krümmung ist synklastisch, wodurch die sich ergebenden Stabwinkel klein blei-

ben. Außerdem ist an dieser Stelle eine Symmetrieachse vorhanden, so dass sich auch eine symmetrische Knotengeometrie ergibt (Abbildung 69).

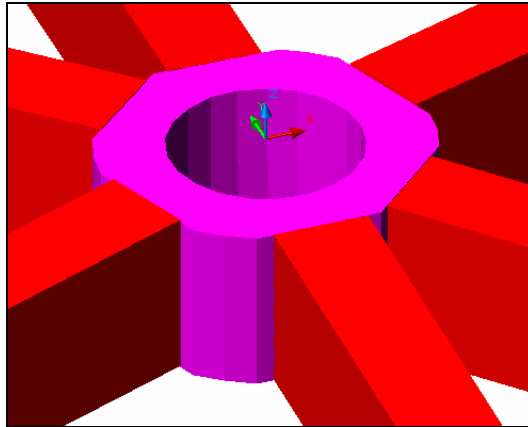


Abbildung 69: Stablage am zweiten Beispielknoten

5.3.2 Konstruktive Details am ersten Knoten

Der Zylinderknoten in Abbildung 68 hat einen äußeren Durchmesser von 24 cm und einen Inneren von 14 cm. Diese Maße können global für jeden Knoten der Konstruktion verwendet werden, da der Knoten in diesem Punkt ein negatives Extrema in Bezug auf Stabwinkel- und Verdrehung darstellt. Kriterien für die Wahl des Innendurchmessers sind: Eine benötigte Mindestwandstärke, um ein Versagen des Knotens in diesem Bereich zu verhindern, und die Montierbarkeit der Stäbe.

Der Knoten hat eine Höhe von 16 cm. Dieser Wert wird erneut durch die Stabverdreh- und Vertikalwinkel bestimmt. Denn der Knoten darf nicht über den „höchsten“ Stab heraus ragen, sonst ist eine Auflage der Glasscheiben nicht mehr gewährleistet (Abbildung 71).

Für den Außendurchmesser ist die Kollisionsfreiheit der einzelnen Stäbe maßgebend (Abbildung 70). Das heißt, keiner der Stäbe darf einen anderen am Knoten berühren.

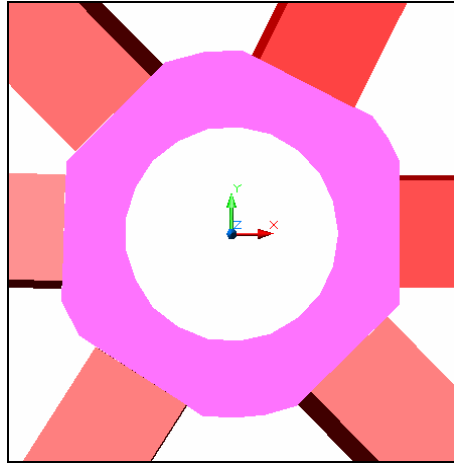


Abbildung 70: Kollisionsfreiheit der Stäbe

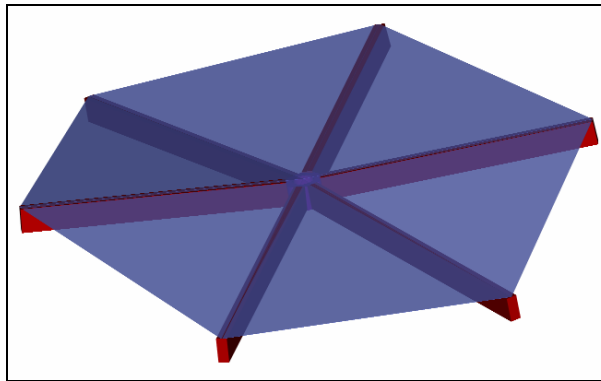


Abbildung 71: Lage der Glasscheiben

5.3.3 Konstruktive Details am zweiten Knoten

Für den Knoten im Punkt 2 gelten grundsätzlich die gleichen geometrischen Parameter wie für den Knoten im Punkt 1. Das bedeutet, die lokale Knotengeometrie wird vom Knoten und den Stabenden übernommen. Der Unterschied zwischen beiden besteht jedoch in der Größenordnung der Horizontal-, Vertikal- und Verdrehwinkel. Sie sind im Punkt 2 sehr klein, so dass die erzielte Knotengeometrie dem „Idealbild“ einer solchen Konstruktion sehr nahe kommt.

Durch die geringen Stabverdrehwinkel ist es außerdem möglich, die Glasscheiben eben auf den Staboberkanten aufzulegen. Bei großen Verdrehwinkeln wäre dies nur entlang einer Linie zu realisieren. Da sich der Knoten 2 genau auf der Symmetrieachse der Schale befindet, existieren auch immer nur drei, nicht sechs, unterschiedliche Anschlussflächen, was den technologischen Aufwand wiederum reduziert.

5.4 Schraubverbindung

Annahme: Die Verbindung der Stäbe mit dem Knoten erfolgt mittels rohen Schrauben M16/4.6. Pro Stab werden jeweils zwei Schrauben in dessen Stabachse übereinander angeordnet und vom Knoten her vorgespannt. Die Verankerung im Stab wird durch ein angeschweißtes Blech, parallel zur Knotenausrichtung, gewährleistet. Die Längsachse der Schrauben verläuft dabei senkrecht zur Knotenneigung (Abbildung 72), was jedoch erfordert, die Stabenden auf Gehrung zu schneiden.

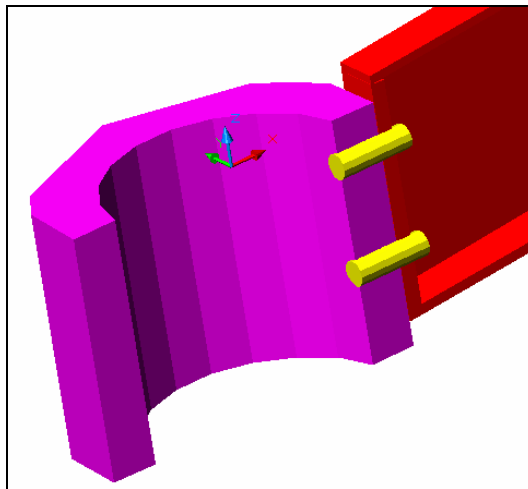


Abbildung 72: Lage der Schrauben

5.4.1 Nachweis der Schraubverbindung

Am Beispiel vom zweiten Stab am Knoten 1 soll nun exemplarisch die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel untersucht werden (nach DIN 18800-1).

Schnittgrößen

(vgl. Kapitel 4.4.1)

Die folgenden Schnittgrößen sind den Ergebnissen der Berechnung in *InfoCad* entnommen (Anhang CD).

$$\begin{array}{lll} N_x = + 63,04 \text{ kN (Zug)} & M_z = 1,00 \text{ kNm} & M_y = -1,20 \text{ kNm} \\ Q_z = 6,03 \text{ kNm} & & \text{(Bemessungswerte)} \end{array}$$

Aufteilung in deren Vertikal- und Horizontalanteile:

Der Vertikalwinkel zwischen dem resultierenden Vektor des Knotens und der Stabachse 2 beträgt $84,43^\circ$.

$$\alpha = 90 - 84,43 = 5,57^\circ$$

$$N_{xV} = N_x \cdot \sin\alpha \quad N_{xV} = 63,04 \cdot \sin 5,57^\circ = \underline{6,12 \text{ kN}}$$

$$N_{xH} = N_x \cdot \cos\alpha \quad N_{xH} = 63,04 \cdot \cos 5,57^\circ = \underline{62,74 \text{ kN}}$$

$$Q_{zV} = Q_z \cdot \cos\alpha \quad Q_{zV} = 6,03 \cdot \cos 5,57^\circ = \underline{6,0 \text{ kN}}$$

$$Q_{zH} = Q_z \cdot \sin\alpha \quad Q_{zH} = 6,03 \cdot \sin 5,57^\circ = \underline{0,58 \text{ kN}}$$

$$\Sigma V = N_{xV} + Q_{zV} = \underline{12,12 \text{ kN}}$$

$$\Sigma H = N_{xH} + Q_{zH} + \frac{M_Y}{1\text{m}} + \frac{M_Z}{1\text{m}} = 62,74 + 0,58 + 1,2 + 1,0 = \underline{65,52 \text{ kN}}$$

Skizze

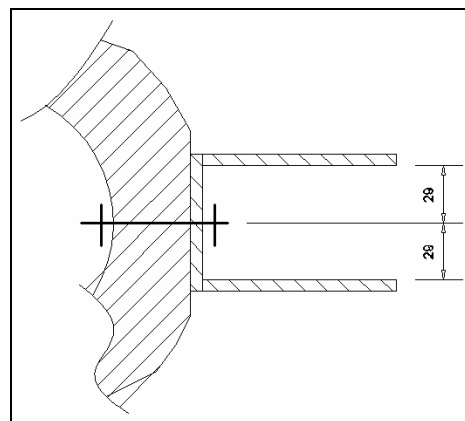
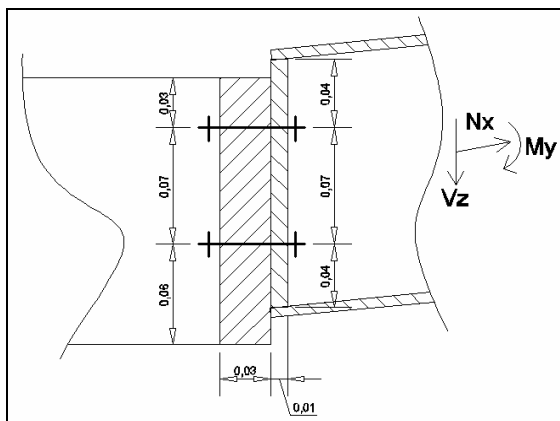


Abbildung 73: Schrauben- und Randabstände längs

Abbildung 74: Randabstände quer

Nachweis der Schrauben

gewählt: rohe Schrauben 2x M16 / 4.6. (SL)

Abstände:

$$e_1: 1,2 \cdot 17 = 20,4 < e_1 = 30 < 3 \cdot 17 = 51$$

$$e_2: 1,2 \cdot 17 = 20,4 < e_2 = 29 < 3 \cdot 17 = 51$$

$$e: 2,2 \cdot 17 = 37,4 < e = 70 < 10 \cdot 17 = 170$$

Grenzabscherkraft

$$V_{a,R,d} = A \cdot \alpha_a \cdot m \cdot \frac{f_{u,b,k}}{\gamma_M}$$

$$V_{a,R,d} = \underline{43,9 \text{ kN}} \quad \text{M16/4.6.} \quad \text{zweischnittig [Sch98, Tab. 8.72]}$$

Grenzlochleibungskraft

$$V_{l,R,d} = t \cdot d_{sch} \cdot \alpha_l \cdot \frac{f_{y,k}}{\gamma_M}$$

Randabstand in Krafrichtung

$$1,2 \cdot d_L = 20,4 \leq 30 \leq 3 \cdot 17 = 51$$

$$\alpha_l = 1,1 \cdot \frac{30}{17} - 0,3 = 1,64$$

Lochabstand in Krafrichtung

$$\alpha_l = 1,08 \cdot \frac{70}{17} - 0,77 = 3,68 \quad (\text{Knoten} = \text{S355})$$

$$\text{a:} \quad V_{l,R,d} = 30 \cdot 16 \cdot 1,64 \cdot \frac{360}{1,1} = 257 \text{ kN} \quad (\text{Rand, Knoten})$$

$$V_{l,R,d} = 10 \cdot 16 \cdot 1,64 \cdot \frac{360}{1,1} = 85,87 \text{ kN} \quad (\text{Rand, Blech})$$

$$\text{b:} \quad V_{l,R,d} = 30 \cdot 16 \cdot 3,68 \cdot \frac{360}{1,1} = 578 \text{ kN} \quad (\text{Loch, Knoten})$$

$$V_{l,R,d} = 10 \cdot 16 \cdot 3,68 \cdot \frac{360}{1,1} = 192 \text{ kN} \quad (\text{Loch, Blech})$$

⇒ Grenzabscherkraft ist maßgebend

Nachweis:

$$\Sigma V_{R,d} = 2 \cdot 43,9 = \underline{87,8 \text{ kN}}$$

$$\frac{\Sigma V}{\Sigma V_{R,d}} = \frac{12,12}{87,8} = \underline{0,14 < 1} \quad \underline{\text{Nachweis erfüllt!}}$$

Grenzzugkraft $N_{R,d} = 39,9 \text{ kN}$ (aus Schneider, 13. Auflage, Tab. 8.73.) $\Sigma H = 65,52 \text{ kN}$ Nachweis:

$$\frac{\Sigma H}{N_{R,d}} = \frac{65,52}{2 \cdot 39,9} = \underline{\underline{0,82 < 1}} \quad \underline{\underline{\text{Nachweis erfüllt!}}}$$

5.5 Schweißverbindung

Um die hier vorgestellte Variante eines Stabwerkknotens als Schweißverbindung herstellen zu können, ist es zunächst nötig, an das auf Gehrung gesägte Stabende eine Stirnplatte anzuschweißen. Diese muss dabei nicht vorrangig nach Tragfähigkeitsaspekten, sondern vielmehr hinsichtlich konstruktiver Kriterien bemessen werden. Schließlich müssen auf den Stirnplattenquerschnitt zwei Schweißnähte nebeneinander passen. Das heißt, die Platte sollte mindestens 1 cm stark sein, denn die Nähte haben jeweils Dicken von 4 und 5 mm. Die Stirnplatte wird wiederum mit einer umlaufenden Kehlnaht von $a = 5 \text{ mm}$ an den Knoten geschweißt.

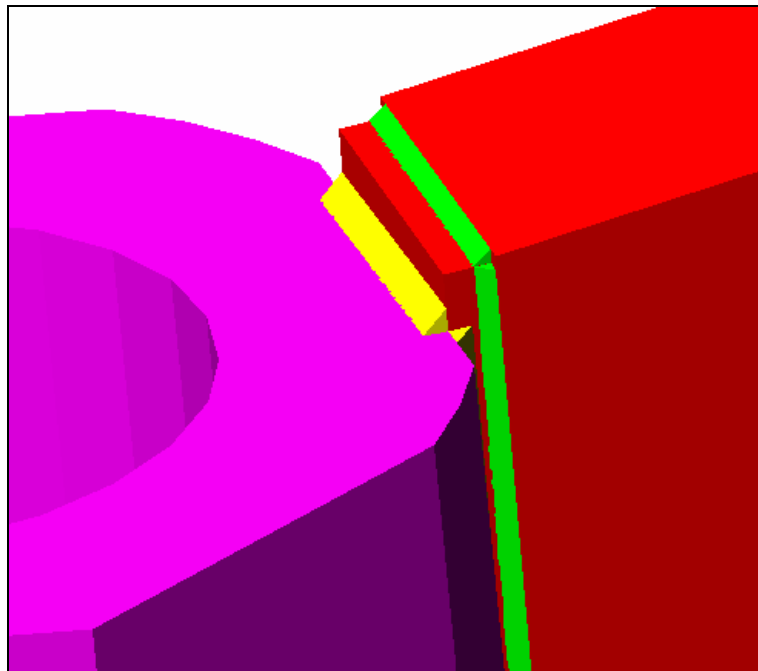


Abbildung 75: Schweißnahtverbindung

5.5.1 Nachweis der Schweißverbindung

Schnittgrößen

(vgl. Kapitel 5.4.1 - Schnittgrößen)

Skizze

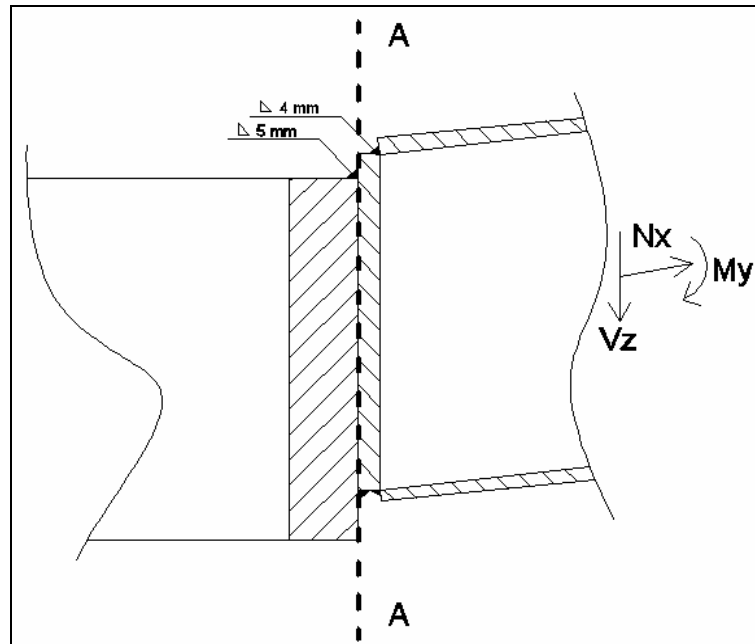


Abbildung 76: Schweißnahtanordnung

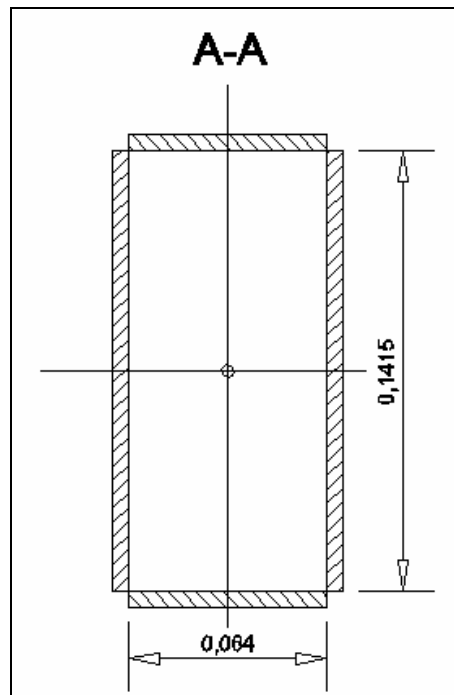


Abbildung 77: Nahtbild

Nachweis mit vereinfachter Schnittgrößenverteilung

(DIN 18800 T1 [833])

Nahtgüte: S355

Querschnittswerte der Schweißnaht:

$$2 \text{ mm} < a = 5 \text{ mm} < 0,7 \cdot \min t = 0,7 \cdot 10 \text{ mm} = 7 \text{ mm}$$

$$> \sqrt{\max t} - 0,5 = 2,6 \text{ mm}$$

$$A_W = a \cdot b \cdot 2 + a \cdot l \cdot 2 = 5 \cdot 64 \cdot 2 + 5 \cdot 141,5 \cdot 2 = \underline{2055 \text{ mm}^2}$$

$$I_W = 2 \cdot 64 \cdot 5 \cdot 73,25^2 + \frac{5 \cdot 141,5^3}{12} \cdot 2 = \underline{5794916 \text{ mm}^4}$$

Spannungen:

$$\sigma_{\perp} = \frac{N}{A_W} + \frac{M_y}{I_W} \cdot z = \frac{63,32 \cdot 10^3}{2055} + \frac{1,2 \cdot 10^6}{5794916} \cdot 146,5 = 30,34 + 30,81 = \underline{61,15 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\sum V}{A_{W, \text{Steg}}} = \frac{12,12 \cdot 10^3}{5 \cdot 2 \cdot 141,5} = \underline{8,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

Vergleichsspannung:

$$\sigma_{W,V} = \sqrt{\sigma_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2} = \sqrt{61,15^2 + 8,56^2} = \underline{\underline{61,74 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}}$$

Grenzsweißnahtspannung:

$$\sigma_{W,R,d} = \alpha_W \cdot \frac{f_{y,k}}{\gamma_M} = 0,80 \cdot \frac{360}{1,1} = \underline{261,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

mit: α_W = Werte zur Berechnung der Grenzsweißnahtspannung

[Sch98, S. 8.69]

 $f_{y,k}$ = Streckgrenze = 360 N/mm² $\gamma_M = 1,1$ Nachweis:

$$\frac{\sigma_{W,V}}{\sigma_{W,R,d}} = \frac{61,74}{262} = \underline{0,23 < 1} \quad \underline{\underline{\text{Nachweis erfüllt!}}}$$

6 Zusammenfassung und Ausblick

Im Ergebnis dieser Arbeit ist es gelungen, die Form der Überdachung des Freilufttheaters in Grötzingen als Stabnetzschale zu generieren und in einer Vorbemessung konstruktiv durchzubilden.

Im iterativen Prozess der Formfindung bilden Form, Last, Auflager und Tragverhalten eine Einheit, welche die letztendliche Form eines Tragwerks bestimmt. Kommt es auf Effizienz, Leichtigkeit und große Spannweiten an, so ist die Form eines Tragwerks dem gewünschten Beanspruchungszustand anzupassen. Die Form sollte somit die Folge des Sollkraftzustandes sein und nicht umgekehrt.

Während der Formfindung in *DOMEdesign* ist es nicht gelungen, die Schalenform über ein Netz mit quadratischen Maschen zu erzeugen, da sich die Berechnung immer an derselben Stelle der Generierung festgefahren hat. Die Ursache hierfür kann durch die Anzahl der Unbekannten je Knoten während Iterationsschritte in der Berechnung erklärt werden. Die genaue Form wurde durch die Verwendung eines Hexagonnetzes realisiert. Vorher musste das Netz jedoch mittels AutoCad in die geneigte Lage gedreht werden. Den entscheidenden Einfluss für die entstehende Form haben die Größen der Radien des ebenen Ausgangsnetzes. Je kleiner der Radius des Randes, desto schlanker und filigraner bildet sich die Form der Schale aus. Als sehr positives Programmtool soll die Im- und Exportfunktion von *DOMEdesign* erwähnt werden. Mit deren Hilfe kann jede Konstruktion problemlos als dxf-File in CAD - Programmen bearbeitet und wieder importiert werden.

Die Überführung der Netztopologie in eine dreieckige Vermaschung ist im Programm AutoCad durchgeführt worden. Hierzu war es notwendig, jeden zweiten Punkt eines Hexagons zu fangen und durch Verbinden, Dreiecke zu erzeugen.

Nach der ersten Vorbemessung schien die Entscheidung sinnvoll, aufgrund der zunehmenden Normalkräfte zum Auflager hin, eine Staffelung der Stabquerschnitte vorzusehen. Die Querschnitte variieren von 120/70 (in Schalenmitte) bis 180/70 (am Auflager). Am Übergang zweier Stabgrößen werden gevoutete Stäbe angeordnet. Im Rahmen dieser Vorbemessung stellte sich heraus, dass sich eine reine Schalentragswirkung (nur Druckkräfte) in der gefundenen Konstruktion nicht zu 100 % einstellt. Grund dafür ist der Zusammenhang von Netztopologie, Geländeneigung- bzw. Lage der Lagerpunkte und Art der Beanspruchung. Deshalb

treten in der Stabnetzschale vereinzelt Zugkräfte auf, welche vom Dreieck hin zum Hexagon abnehmen. Im maßgebenden Lastfall bewegen sich die Beträge der Verformungen in einem tolerierbaren Bereich von bis zu maximal 3,7 cm, welche die Zulässigen von maximal 13,3 cm deutlich unterschreiten.

Die Fortschritte durch Computer - orientierte - Verfahren zur Formfindung und Bemessung haben die Formvielfalt beim Bau von doppelt gekrümmten Flächen aus Stahl und Glas erweitert. Die automatisierte Fertigung erlaubt es, sich von den bisher immer geforderten gleichen Stablängen und gleichen Knotenausbildungen loszulösen. Um die gefundene Schalenform konstruktiv umzusetzen, ist es notwendig einen Knoten zu finden, welcher den Ansprüchen in Bezug auf Stabverdrehung, Glasauflagerung und Schalenkrümmung genügt. Hierbei gibt es eine Vielzahl an möglichen Konstruktionen. Da an bestimmten Knoten große Unterschiede zwischen Vertikalwinkeln auftreten, fiel in dieser Arbeit die Entscheidung zu Gunsten eines Zylinderknotens, dessen lokale Geometrie durch die unterschiedlichen Stabenden realisiert wird. Der Knoten selbst übernimmt nur die Einstellung der Horizontalwinkel. Die Verbindung zwischen Stab und Knoten wird mittels zweier Schrauben, die übereinander und senkrecht zur Knotenachse ausgerichtet sind, hergestellt. Dazu wird an den Stabenden ein 1 cm starkes Blech angeschweißt, wodurch die Schrauben vom Knoten her vorgespannt werden können. Die Oberkante des Knotens darf dabei nicht über die Staboberseiten herausragen, da sonst keine durchgehende Auflage der Glasscheiben möglich ist.

Ausblick:

Um Stabnetzwerke auf nicht optimierten Freiformflächen sinnvoll zu realisieren, ist es notwendig eine möglichst flexible Gestaltung der Knotenverbindung zu erreichen, so dass mit wenigen Grundausführungen des Knotens sowohl das variierende Strukturverhalten als auch die veränderlichen geometrischen Parameter abgedeckt werden können.

Im Rahmen der Formgenerierung ist es anzustreben, den rechnergestützten Prozess bereits auf der Basis des Endnetzes betreiben zu können, um die Netztopologie nicht nachträglichen Änderungen unterziehen zu müssen, denn aus der veränderten Stabanordnung resultiert ein abweichender Kraftverlauf.

Literaturverzeichnis

Zitierte Fachliteratur

- [AL085] ARGYRIS, J.H.; LINKWITZ, K.; OTTO, F. [u.a.]: *Weitgespannte Flächentragwerke*. In: Berichtsheft zum 3. Internationalen Symposium SFB 65, Universität Stuttgart, 1985
- [Bar71] BARNES, Michael R.: *Prestressed cable networks*. In: *Construction Research and Development Journal* (1971), Nr. 3.
- [Bar80] BARNES, Michael R.: *Non-linear numerical solution methods for static and dynamic analysis of tension structures*. In: *Symposium on air-supported structures*. London, 1980.
- [Bar94] BARNES, Michael R.: *Form and Stress Engineering of tension structures*. In: *Structural Engineering Review* (1994), Nr. 6, S. 175 - 202.
- [Bub72] BUBNER, Ewald: *Zum Problem der Formfindung vorgespannter Seilnetzflächen*. Stuttgart: Karl Krämer Verlag, 1972
- [Chi00] CHILTON, John: *Heinz Isler – The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture*: Thomas Telford Publishing, London, 2000
- [Fisch99] FISCHER, Karl-Friedrich: *Taschenbuch der Technischen Formeln*: 2., verbesserte Auflage – München; Wien: Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag, 1999
- [Höll99] HÖLLER, Ralf: *Formfindung: architektonische Grundlagen für den Entwurf von mechanisch vorgespannten Membranen und Seilnetzen*. 1. Auflage - Mähringen: Verlag Dr. Thomas Balistier, 1999
- [HTO74] HASEGAWA, T.; TANGE, K.; OTTO, F.: *Gitterschalen*. Bericht über das deutsch – japanische Forschungsprojekt. Stuttgart: Karl Krämer Verlag, 1974
- [LS71] LINKWITZ, K.; SCHEK, H.-J.: *Einige Bemerkungen zur Berechnung von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen*. In: *Ingenieur-Archiv* (1971), Nr. 40, S 145-158.
- [Pfl78] PFLÜGER, Alf: *Statik der Stabtragwerke*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1978

- [RS02] RAMM, E.; SCHUNCK, E.: *Heinz Isler Schalen*. 3., erw. Auflage. Zürich: Hochschul-Verlag an der ETH, 2002 – Katalog zur Ausstellung
- [Sch98] SCHNEIDER, Klaus – Jürgen: *Bautabellen für Ingenieure*. 13. Auflage – Düsseldorf: Werner – Verlag, 1998
- [SIZ92] STAHL-INFORMATIONEN-ZENTRUM: *Stahl und Form – Transparente Netztragwerke*: Institut für internationale Architektur – Dokumentation. München, 1992
- [SSK04] STEPHAN, S.; SANCHEZ, J.; KNEBEL, K.: *Stabwerke auf Freiformflächen*. In: *Stahlbau* (Zeitschrift): Verlag Ernst & Sohn, 73. Jahrgang, Heft 8, S. 562 – 572, 2004
- [Tonn] TONN, Christian: *Handbuch zum Programm DOMEdesign*; www.c-tonn.de (Stand: 01.04.2005)
- [TW96] TEICHMANN, K.; WILKE, J.: *Prozess und Form "Natürlicher Konstruktionen"*. Sonderforschungsbereich 230 – Berlin: Verlag Ernst & Sohn, 1996
- [ZW] ZIEGLER, R.; WAGNER, W.: „*Von der Formfindung zum Membrantragwerk*“. Institut für Baustatik: Universität Karlsruhe

Zitierte Normen:

- DIN 18800 Stahlbau – *Grundlagen der Berechnung*. Januar 1990
- DIN 1055 Lastannahmen

Software:

- Autodesk AutoCad 2000
- D.I.E. - räumliches Stabwerk
- DOMEdesign
- InfoCad 5.72
- Microsoft Excel 2000
- Microsoft Word 2000

Verzeichnis der Abbildungen

Abbildung 1:	Synklastische Krümmung [Höll99].....	8
Abbildung 2:	Antiklastische Krümmung [Höll99].....	8
Abbildung 3:	Schalenwirkung und Randbedingungen (1- freier Rand; 2- Lagerung Membrangerecht; 3- Randträger) [RS02].....	10
Abbildung 4:	Zeiss Planetarium Jena	10
Abbildung 5:	Fliegermuseum Dübendorf; [www.isler-heinz.ch]	11
Abbildung 6:	Sportcenter - Heimberg	11
Abbildung 7:	Schwimmbad Neckarsulm [SIZ92].....	12
Abbildung 8:	Nylonstrumpfmodell (Karin Hirsch), [TW96]	14
Abbildung 9:	Minimalflächenversuch mit vorgespannter Gummimembran [TW96]	15
Abbildung 10:	Gittertüllmodell (Siegfried Gaß), [TW96].....	15
Abbildung 11:	Seifenhautmodell für Membranbau (Siegfried Gaß), [TW96]	16
Abbildung 12:	Naturtheater Grötzingen [RS02]	20
Abbildung 13:	Naturtheater Grötzingen: Nord- und Westansicht [Chi00]	21
Abbildung 14:	Naturtheater Grötzingen: Lageplan [Chi00].....	21
Abbildung 15:	Programmoberfläche DOMEdesign.....	22
Abbildung 16:	Quadratisches Ausgangsnetz – Versuch 1.....	24
Abbildung 17:	Quadratische Netzschale – „Explosion“	24
Abbildung 18:	Hexagonales Netz über ebenem Grundriss.....	25
Abbildung 19:	Hexagonales Netz – Schalenform	26
Abbildung 20:	Hexagonales Netz – „finale“ Schalenform	26
Abbildung 21:	Quadratisches Netz auf importiertem Gelände.....	27
Abbildung 22:	Um 10° gedrehtes Hexagon – Netz.....	27
Abbildung 23:	Formvariante – Auflager mit unterschiedlichen z-Koordinaten	28
Abbildung 24:	Formvariante – Auflager mit unterschiedlichen z-Koordinaten	28
Abbildung 25:	Endversion – geneigtes Netz.....	28
Abbildung 26:	Überführung Hexagon- in Vierecknetz.....	29

Abbildung 27:	Überführung Viereck- in Dreiecknetz.....	30
Abbildung 28:	Endversion – Dreiecknetz.....	30
Abbildung 29:	Lagerung der Schale	32
Abbildung 30:	Schnittgrößen am räumlich beanspruchten Element eines geraden Stabes [Pfl78]	33
Abbildung 31:	Gleichgewicht am Element eines geraden Stabes [Pfl78]	33
Abbildung 32:	Normalkraftverlauf – einheitlicher Stabquerschnitt	34
Abbildung 33:	Gevouteter Stab	35
Abbildung 34:	Staffelung der Stabquerschnitte	35
Abbildung 35:	Lastverteilung – Glasscheibe idealisiert	36
Abbildung 36:	Schneelastverteilung – Bereich I und II	37
Abbildung 37:	Normalkräfte unter LK1 (+ 76,3 kN bis - 180,9 kN)	40
Abbildung 38:	Biegemomente um die y-Achse unter LK1 (- 4,27 kNm bis 10,91 kNm)	41
Abbildung 39:	Verformung U_z unter LK1 (numerisch von - 2,3 mm bis + 37,2 mm).....	41
Abbildung 40:	Verformungsfigur unter LK1 (100-fach überhöht).....	42
Abbildung 41:	Normalkräfte unter LK2 (- 180,9 kN bis + 67,1 kN)	42
Abbildung 42:	Biegemomente um die y-Achse unter LK2 (- 4,27 kNm bis + 7,65 kNm)	43
Abbildung 43:	Verformung U_z unter LK2 (numerisch von - 2,3 mm bis + 27,9 mm).....	43
Abbildung 44:	Verformungsfigur unter LK2 (100-fach überhöht).....	44
Abbildung 45:	Stark gekrümmter Bogen.....	45
Abbildung 46:	Gering gekrümmter Bogen	45
Abbildung 47:	Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Hexagonnetz - ebenes Gelände	46
Abbildung 48:	Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Vierecknetz - ebenes Gelände	46
Abbildung 49:	Verhältnis Druck- zu Zugkräften im Dreiecknetz - ebenes Gelände	46
Abbildung 50:	Horizontalwinkel U	49
Abbildung 51:	Vertikalwinkel V	49
Abbildung 52:	Verdrehwinkel W	50
Abbildung 53:	Zylinderknoten [SSK04].....	51
Abbildung 54:	Zylinderknoten [SSK04].....	51

Abbildung 55:	Blockknoten	51
Abbildung 56:	Tellerknoten [SSK04].....	52
Abbildung 57:	Tellerknoten [SSK04].....	52
Abbildung 58:	Kugelknoten [SSK04]	52
Abbildung 59:	Laschenknoten – Geschweißt [SSK04]	53
Abbildung 60:	Laschenknoten – Geschweißt [SSK04]	53
Abbildung 61:	Gekreuzte Flachbleche [SSK04]	54
Abbildung 62:	Gekreuzte Flachbleche [SSK04]	54
Abbildung 63:	Gefräster Knoten [SSK04].....	54
Abbildung 64:	Gefräster Knoten [SSK04].....	54
Abbildung 65:	Vertikale Laschen [SSK04].....	55
Abbildung 66:	Vorzugsvariante.....	55
Abbildung 67:	Beispielknoten	56
Abbildung 68:	Stablage am ersten Beispielknoten	56
Abbildung 69:	Stablage am zweiten Beispielknoten.....	57
Abbildung 70:	Kollisionsfreiheit der Stäbe	58
Abbildung 71:	Lage der Glasscheiben.....	58
Abbildung 72:	Lage der Schrauben	59
Abbildung 73:	Schrauben- und Randabstände längs	60
Abbildung 74:	Randabstände quer	60
Abbildung 75:	Schweißnahtverbindung	62
Abbildung 76:	Schweißnahtanordnung.....	63
Abbildung 77:	Nahtbild	63

Anlagenverzeichnis

Anlage A: Stabdaten	II
Anlage B: Stabquerschnitte	IV
Anlage C: Schalen – Schnittgrößen.....	V
Anlage C.1: Moment M_y unter Volllast	V
Anlage C.2: Moment M_z unter Volllast	VI
Anlage C.3: Normalkraft N_x unter Volllast.....	VII
Anlage C.4: Querkraft Q_z unter Volllast	VIII
Anlage C.5: Spannungsverteilung σ_x unter Volllast	IX
Anlage D: Knotennummern	X
Anlage E: Stablängenverteilung	XI
Anlage F: CD-ROM	XII

Anlage A: Stabdaten

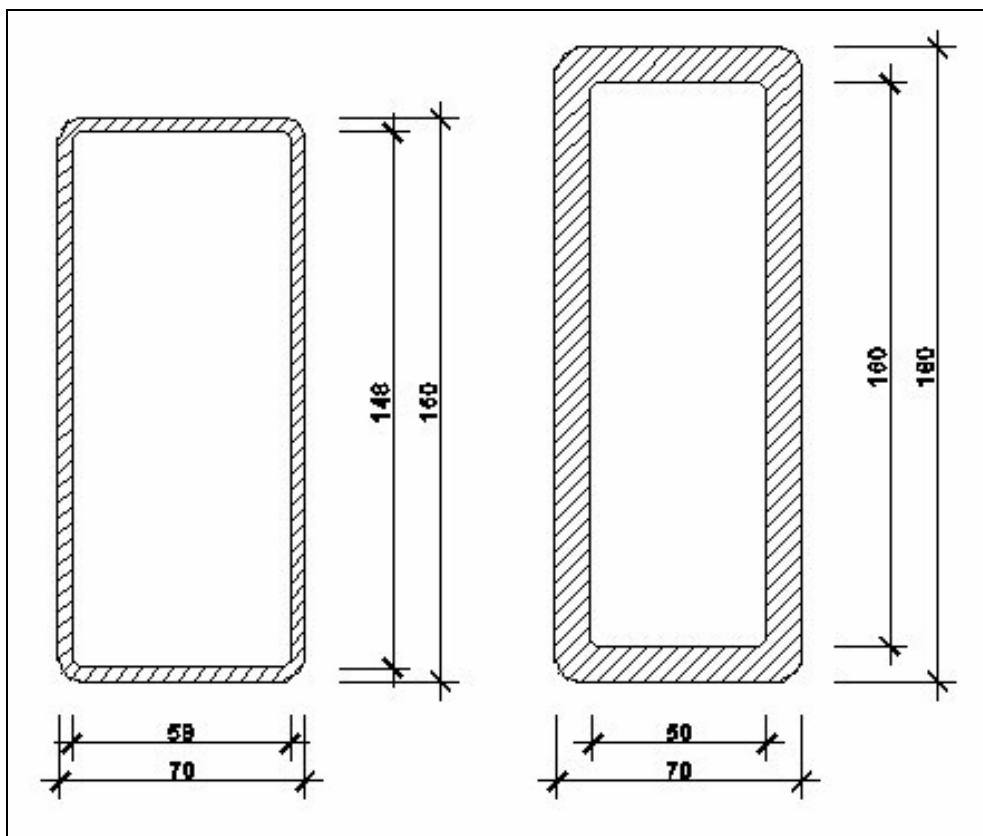
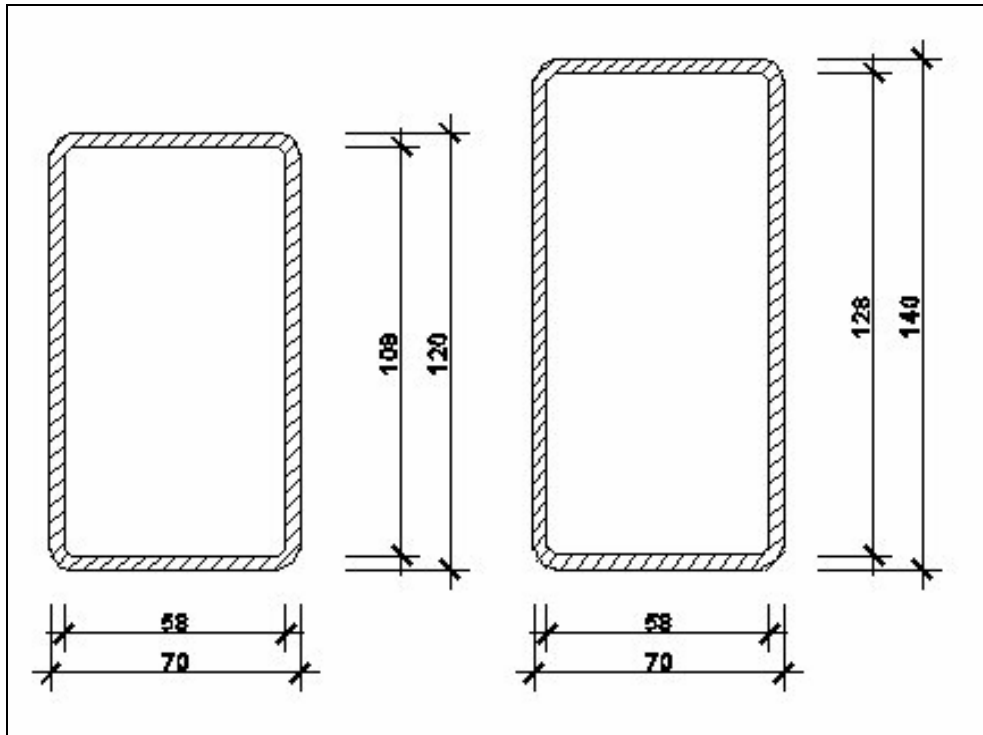
Stabgruppe	Stabanzahl	Stablänge	
Es befinden sich 86 verschiedene Stablängen in der Geometrie			
1	8	2,23	m
2	22	2,26	m
3	17	2,32	m
4	16	2,36	m
5	24	2,20	m
6	10	2,11	m
7	4	2,82	m
8	6	2,33	m
9	2	2,99	m
10	5	2,87	m
11	2	1,41	m
12	20	1,84	m
13	14	2,30	m
14	19	2,39	m
15	9	2,15	m
16	2	2,21	m
17	15	2,41	m
18	19	2,47	m
19	5	2,00	m
20	6	2,27	m
21	17	2,48	m
22	4	2,09	m
23	22	2,43	m
24	11	1,91	m
25	4	1,95	m
26	16	2,53	m
27	2	1,90	m
28	19	2,44	m
29	8	1,88	m
30	10	1,87	m
31	14	1,85	m
32	12	2,50	m
33	1	2,44	m
34	2	1,83	m
35	10	2,28	m
36	10	2,72	m
37	6	1,50	m
38	14	2,18	m
39	6	2,03	m
40	8	2,55	m
41	4	2,12	m
42	5	2,56	m
43	10	2,58	m

Stablängen sortiert	
0,72	m
0,98	m
1,09	m
1,26	m
1,29	m
1,40	m
1,41	m
1,45	m
1,47	m
1,48	m
1,50	m
1,52	m
1,52	m
1,54	m
1,58	m
1,59	m
1,61	m
1,65	m
1,68	m
1,72	m
1,74	m
1,76	m
1,77	m
1,78	m
1,81	m
1,83	m
1,84	m
1,85	m
1,87	m
1,88	m
1,90	m
1,91	m
1,92	m
1,95	m
1,98	m
2,00	m
2,03	m
2,06	m
2,07	m
2,09	m
2,11	m
2,12	m
2,15	m

44	9	2,37	m
45	6	2,24	m
46	8	2,06	m
47	2	1,40	m
48	6	2,07	m
49	4	2,69	m
50	6	1,98	m
51	5	1,52	m
52	2	2,16	m
53	4	2,89	m
54	4	1,45	m
55	6	2,74	m
56	4	1,92	m
57	4	1,26	m
58	4	1,74	m
59	2	1,58	m
60	2	1,48	m
61	2	2,66	m
62	1	2,55	m
63	2	2,68	m
64	2	2,90	m
65	4	1,76	m
66	2	0,72	m
67	4	1,54	m
68	6	1,72	m
69	2	1,61	m
70	4	1,65	m
71	6	1,81	m
72	2	1,77	m
73	2	2,64	m
74	8	0,98	m
75	1	2,29	m
76	2	2,60	m
77	7	2,35	m
78	4	1,78	m
79	2	1,47	m
80	2	2,51	m
81	4	1,29	m
82	2	1,09	m
83	1	1,52	m
84	2	1,68	m
85	2	1,59	m
86	2	2,17	m

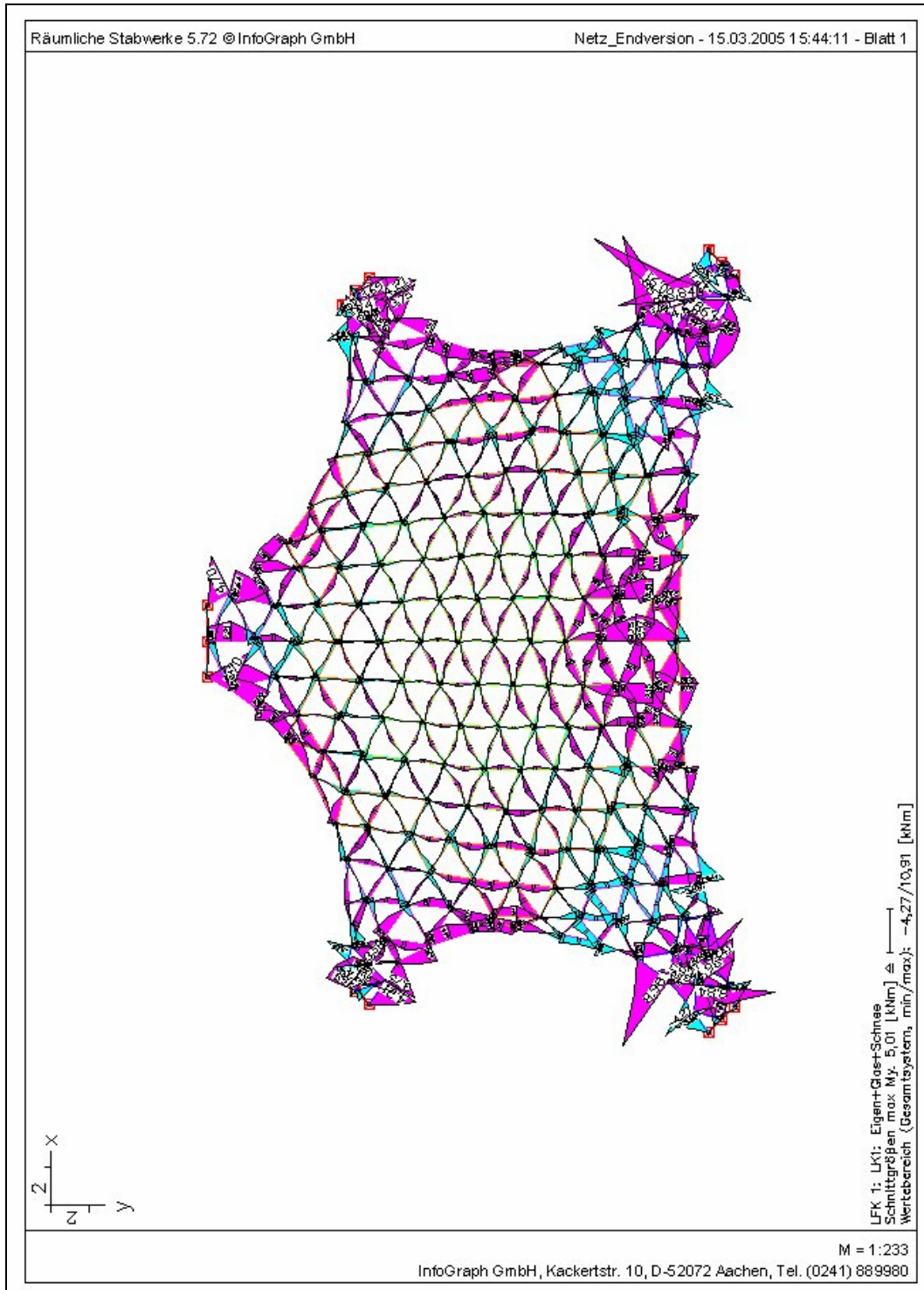
2,16	m
2,17	m
2,18	m
2,20	m
2,21	m
2,23	m
2,24	m
2,26	m
2,27	m
2,28	m
2,29	m
2,30	m
2,32	m
2,33	m
2,35	m
2,36	m
2,37	m
2,39	m
2,41	m
2,43	m
2,44	m
2,44	m
2,47	m
2,48	m
2,50	m
2,51	m
2,53	m
2,55	m
2,55	m
2,56	m
2,58	m
2,60	m
2,64	m
2,66	m
2,68	m
2,69	m
2,72	m
2,74	m
2,82	m
2,87	m
2,89	m
2,90	m
2,99	m

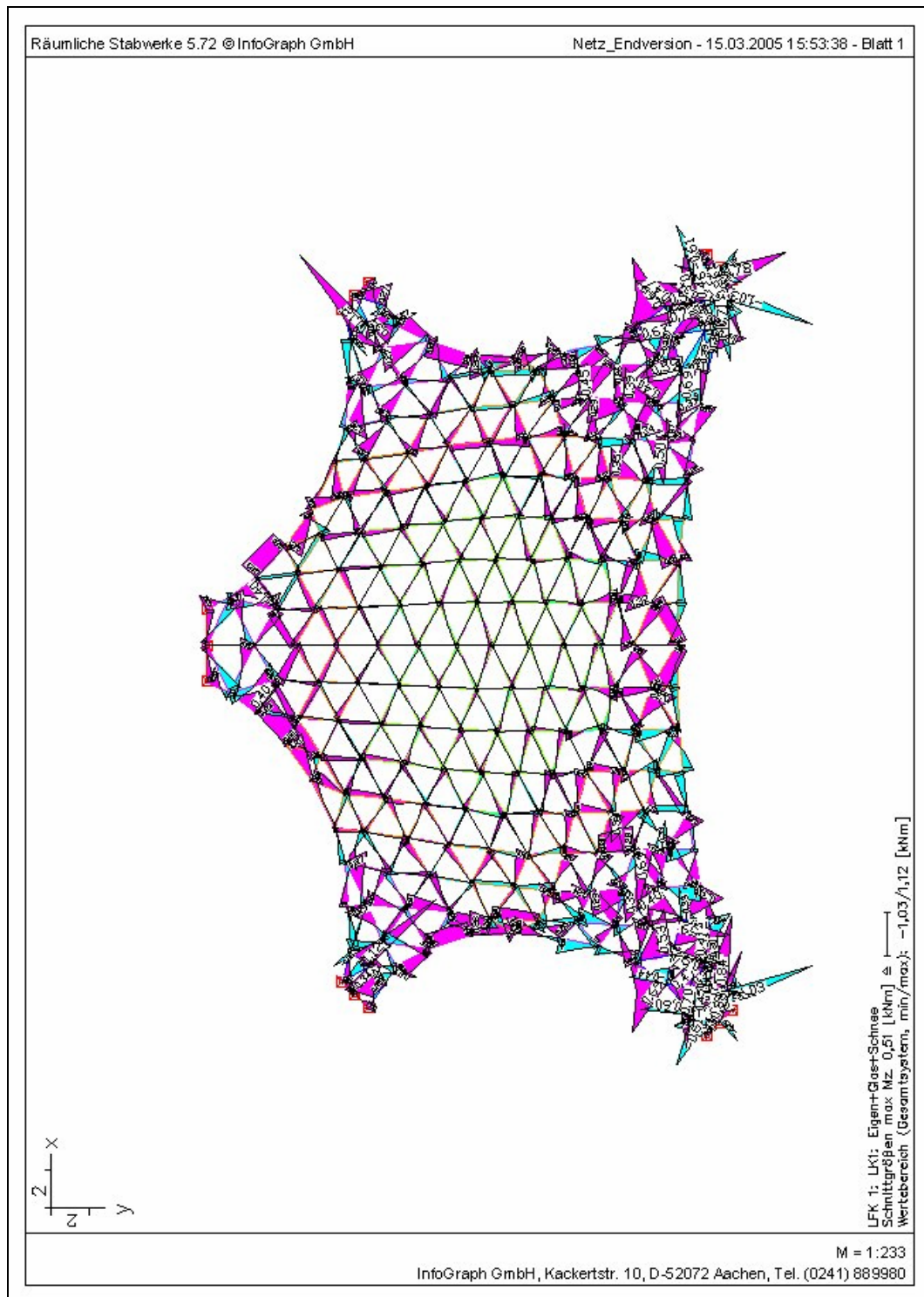
Anlage B: Stabquerschnitte



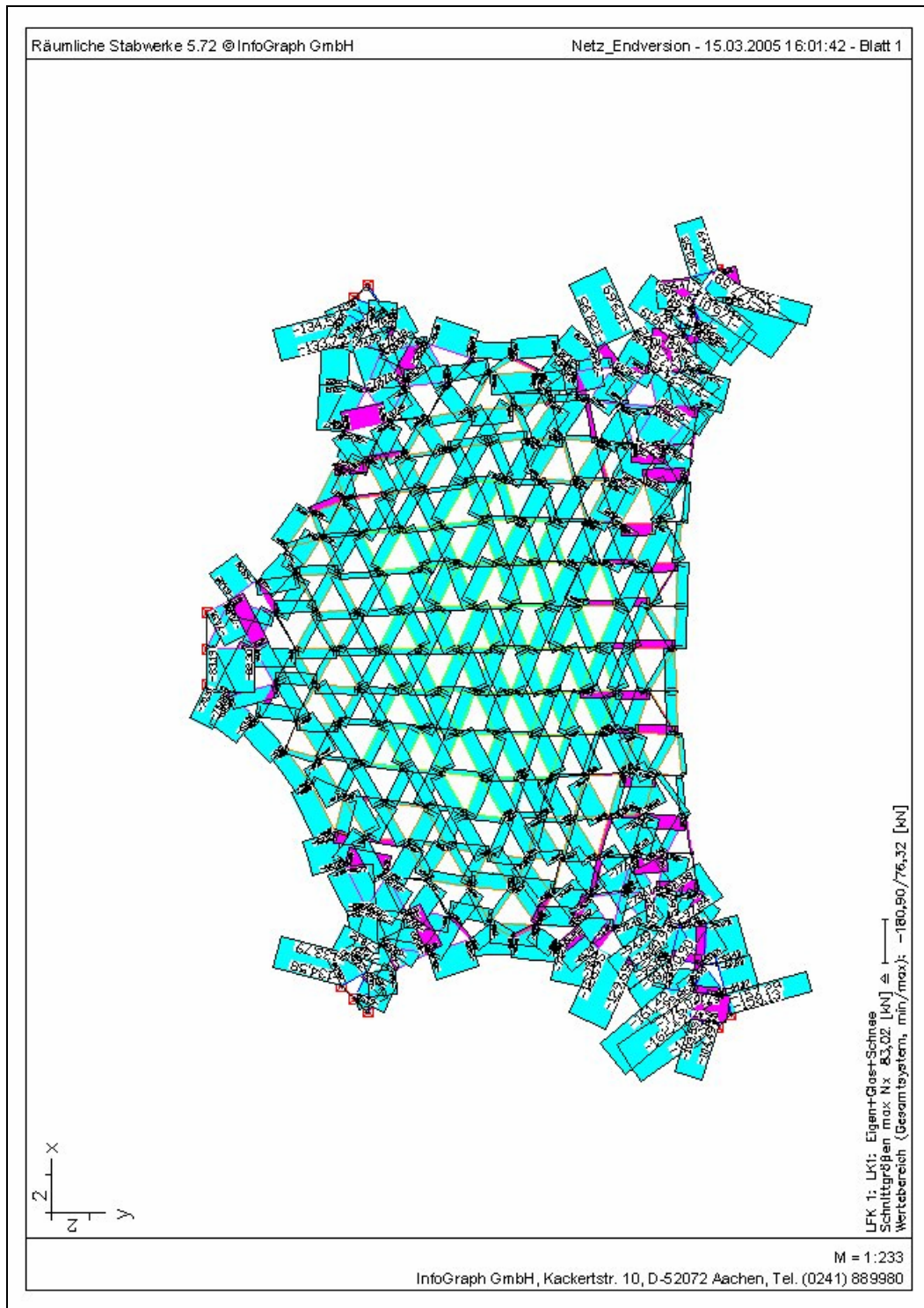
Anlage C: Schalen - Schnittgrößen

Anlage C.1: Moment M_y unter Volllast

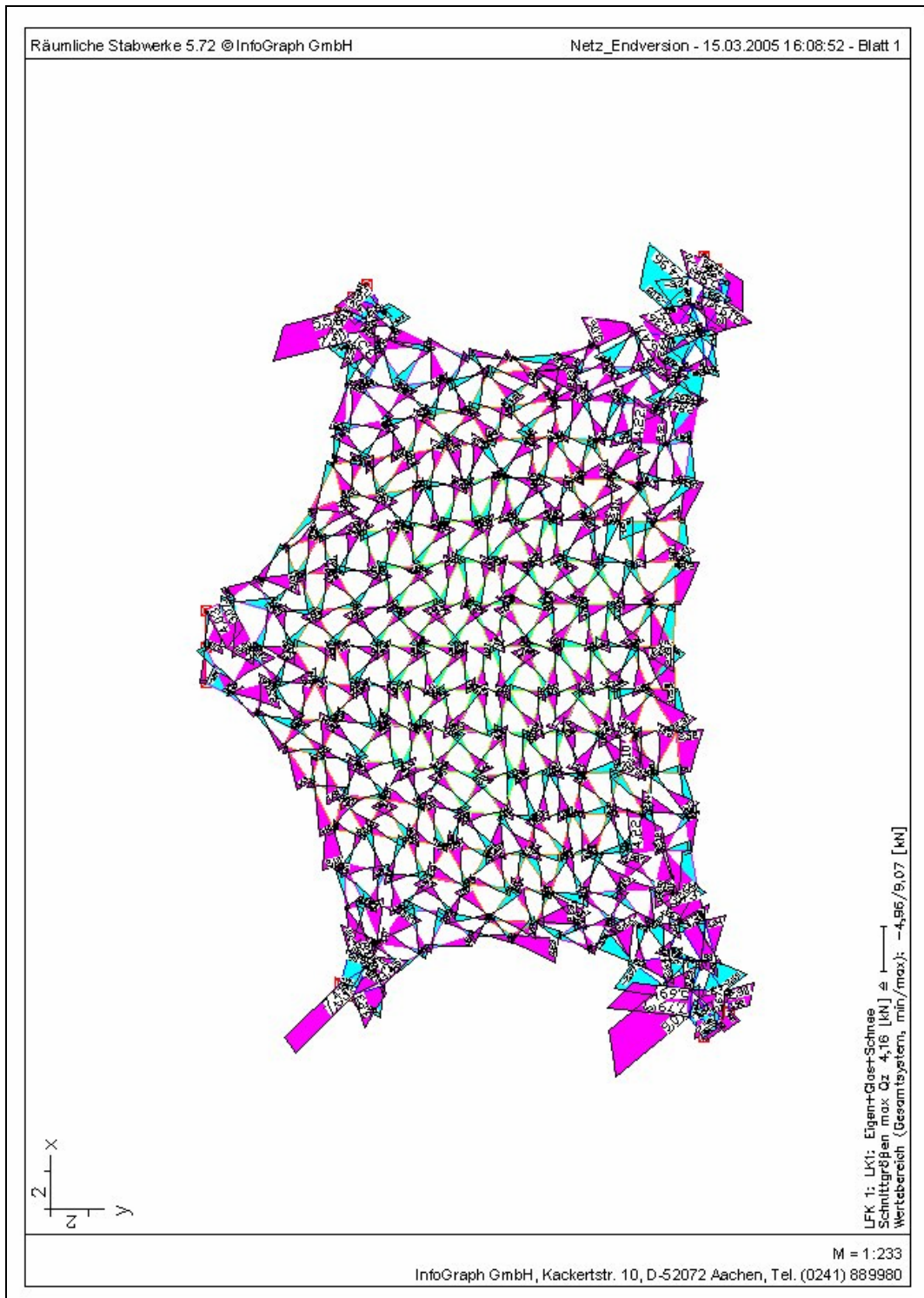


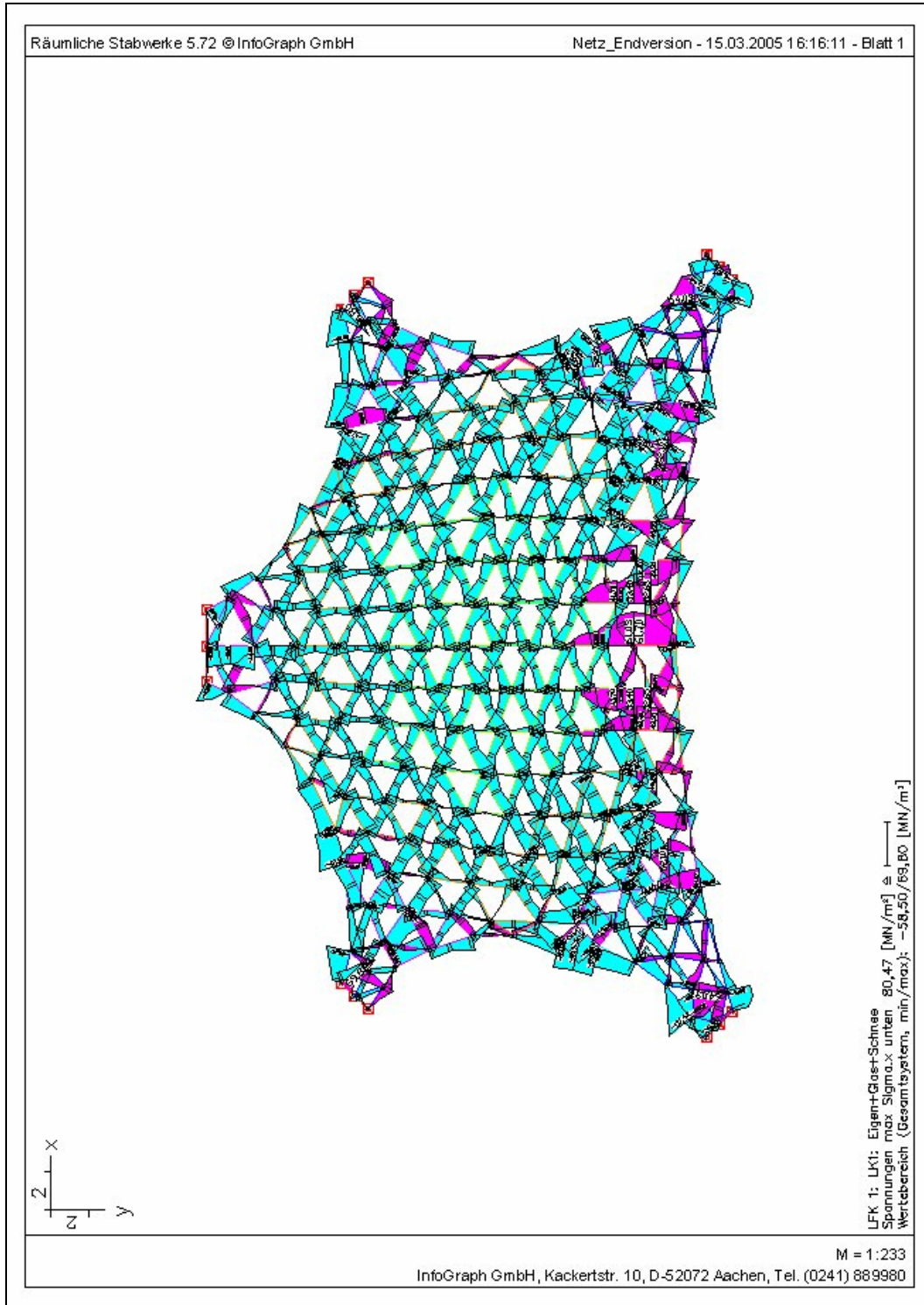
Anlage C.2: Moment M_z unter Volllast

Anlage C.3: Normalkraft N_x unter Volllast

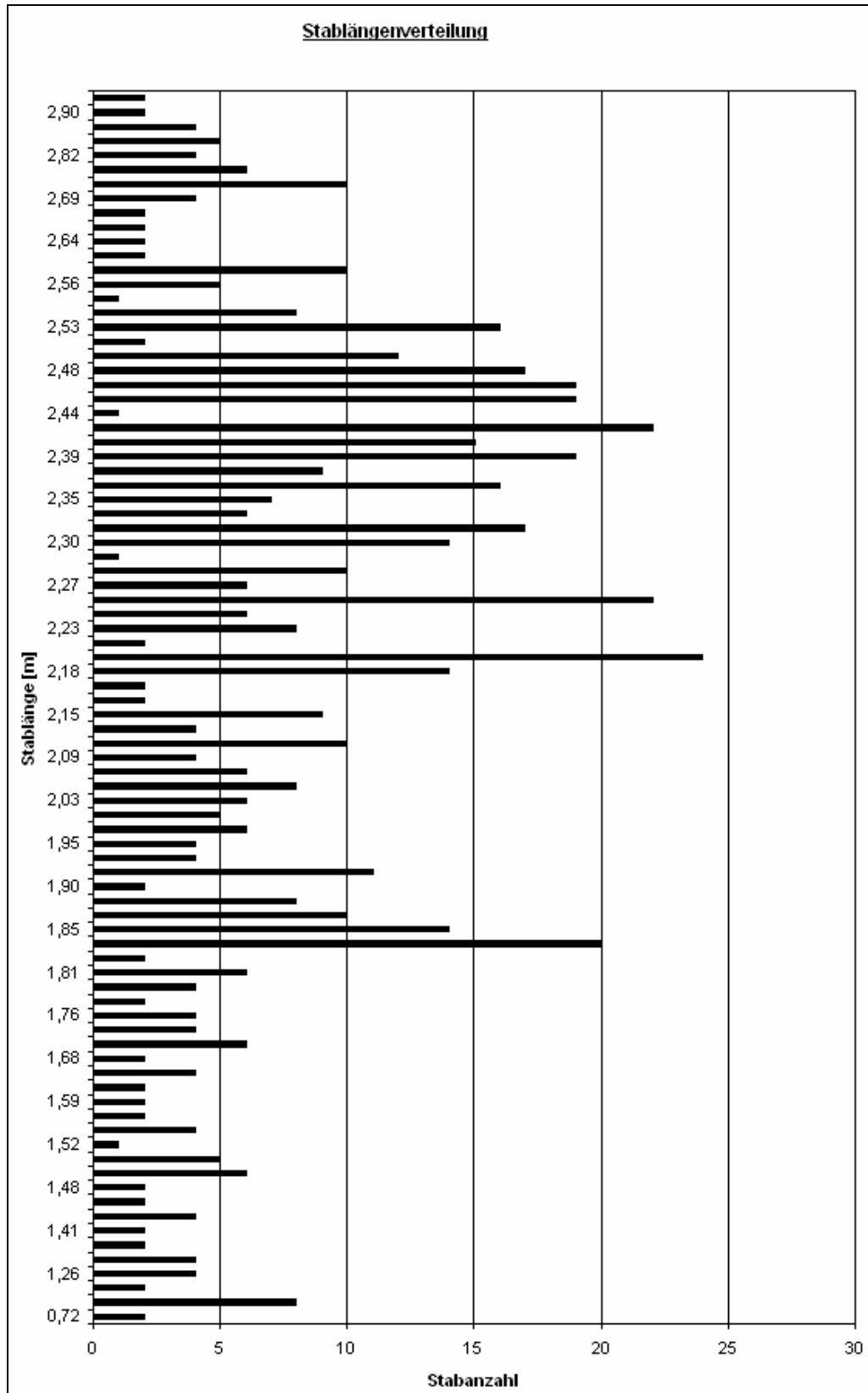


Anlage C.4: Querkraft Q_z unter Volllast



Anlage C.5: Spannungsverteilung σ_x unter Vollast

Anlage E: Stablängenverteilung



Anlage F: CD-ROM

- Stabdaten [xls]
- Stabnetz (Dreiecknetz) [dxf]
- Stabnetz (Hexagonnetz) [dxf]
- Statisches Modell mit Lasten und Ergebnissen [rsw]
- Diplom [pdf]
- Knoten (Schraubenverbindung) [dwg]
- Knoten (Schweißverbindung) [dwg]
- Knotengeometrie [xls]
- Bilder vom Modellbau

Selbständigkeitserklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe.

Roman Kramer

Weimar, 15. April 2005